

Exercice : Probabilité

Dans une population 20% des individus ont une maladie chronique.

Parmi les individus qui ont une maladie chronique, 2,5% sont atteints du virus covid 19.

Parmi les individus qui n'ont pas une maladie chronique, 99% ne sont pas atteints du virus covid 19

On note les deux évènements suivants :

R: L'individu a une maladie chronique.

C: L'individu est atteint du virus covid 19.

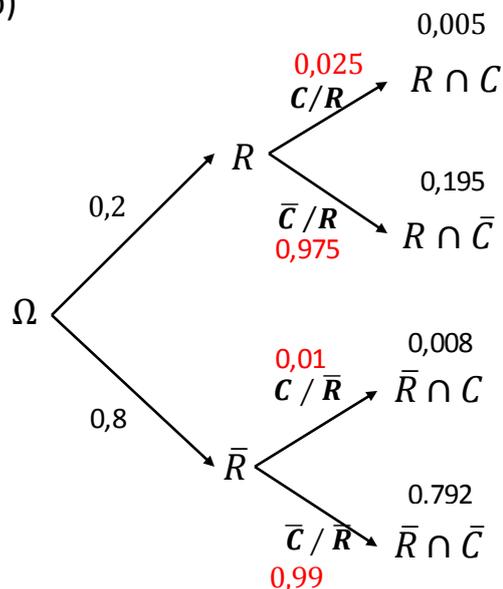
- 1) a) Déterminer les probabilités suivantes : $p(R)$; $p(C/R)$ et $p(C/\bar{R})$
 - b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation
 - c) Déterminer $p(C)$.
 R et C sont-ils indépendants ?
 - d) Calculer la probabilité qu'un individu atteint du virus covid 19 ait une maladie chronique
- 2) Dans un centre d'analyse médicale, n individus se présentent. On note X la variable aléatoire égale au nombre des individus atteints du virus covid 19
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X
 - b) Déterminer l'espérance de X en fonction de n
 - c) Déterminer le nombre moyen des individus atteints du virus covid 19 parmi 2000 individus.

$$1) a) p(R) = \frac{20}{100} = 0,2$$

$$p(C/R) = \frac{2,5}{100} = 0,025$$

$$\text{On a } p(\bar{C}/\bar{R}) = \frac{99}{100} = 0,99 \text{ donc } p(C/\bar{R}) = 1 - p(\bar{C}/\bar{R}) = 1 - 0,99 = 0,01$$

b)



$$c) p(C) = p(R \cap C) + p(\bar{R} \cap C) = p(R) \times p(C/R) + p(\bar{R}) \times p(C/\bar{R})$$

$$= 0,2 \times 0,025 + 0,8 \times 0,01 = 0,005 + 0,008 = 0,013$$

$$\text{On a } p(R \cap C) = 0,005 \text{ et } p(R) \times p(C) = 0,2 \times 0,013 = 0,0026$$

$p(R \cap C) \neq p(R) \times p(C)$ donc R et C ne sont pas indépendants

$$d) p(R/C) = \frac{p(R \cap C)}{p(C)} = \frac{0,005}{0,013} = \frac{5}{13}$$

2)a) On a X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = p(C) = 0,013$

$$X(\Omega) = \{0, 1, \dots, n\}$$

$$p(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k} = C_n^k (0,013)^k (0,987)^{n-k} \text{ avec } k \in \{0, 1, \dots, n\}$$

$$b) E(X) = np = 0,013 n$$

c) le nombre moyen des individus atteints du virus covid 19 parmi 2000 individus est :

$$0,013 \times 2000 = 26$$