Série de révision 2020

Exercice n°1 :

Le parc informatique d'un lycée est composé de 250 ordinateurs dont : 40 sont considérés comme neufs, 100 sont considérés comme récents et les autres sont anciens.

Une étude statistique a indiqué que : 4% des ordinateurs neufs sont défaillants, 12% des ordinateurs récents sont défaillants et 25% des ordinateurs anciens sont défaillants.

On choisit au hasard un ordinateur de ce parc. On considère les évènements suivants :

- N : « l'ordinateur est neuf», R : « l'ordinateur est récent », A : « l'ordinateur est ancien »
- D : « l'ordinateur est défaillant »

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2) Calculer la probabilité que l'ordinateur choisi soit récent et non défaillant.
3) Montrer que la probabilité que l'ordinateur choisi soit défaillant est 0,1644
4) Quelle est la probabilité que l'ordinateur soit neuf sachant qu'il est défaillant.
5) Soit X la variable aléatoire qui à tout ordinateur neuf associe sa durée de vie en années. On suppose que X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda=0,02$
   a- Soit f la densité de X. donner l'expression de f(x) pour x de $[0,+\infty[$.
   b- Calculer la probabilité qu'un ordinateur ait une durée de vie comprise entre 2 et 4ans.
   c- Calculer la probabilité que la durée de vie d'un ordinateur ne dépasse pas 4 ans sachant qu'il a déjà fonctionné 2 ans.

Exercice n°2 :

Soit $\alpha\in\mathbb{C} \setminus \{i\}$. soit $(E\alpha)$; $(\alpha-i)z^2-[2(\alpha-i)+i\alpha]\,z+2i\alpha=0$ (z est l'inconnu).

Le plan étant muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

I/ Dans cette partie $\alpha=1$ donc (E_1) : $(1-i)z^2-[2-i]z+2i=0$.

1) Calculer $(2-3i)^2$
2) Résoudre (E_1). On notera z_1 et z_2 les solutions avec la partie réelle de z_1 est inférieure à celle de z_2.
3) Donner un argument de z_1.

www.devoirat.net 2020

4) Montrer que alors z_1^{2002} est imaginaire pur.

II/ Dans cette partie $\alpha=e^{i\theta}$ avec $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

1) Montrer que $\alpha - i = 2\cos\left(\frac{0}{2}+\frac{\pi}{4}\right) e^{i\left(\frac{0}{2}+\frac{0}{4}\right)}$
2) Vérifier que 2 est une solution de (E_α)
3) Trouver donc z' l'autre solution de (E_α) en fonction de α.
4) Donner la forme exponentielle de z'.
5) Déterminer la valeur de θ de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tel que le triangle OM'M'' soit isocèle en 0 avec M' d'affixe z' et M'' d'affixe i.

Exercice n°3 :

On considère l'équation différentielle (E) : $y' - 3y = \frac{3}{1+e^{-3x}}$

1) Soit $u(x) = -e^{3x}\ln(1+e^{-3x})$
   Montrer que u est une solution de (E)
2) Soit f solution de (E), on note h la fonction définie sur IR par $h(x)=e^{-3x} f(x)$
   Montrer que f est solution de (E) ⇔ $h'(x) = \frac{3e^{-3x}}{1+e^{-3x}}$
3) Déterminez les fonctions h possibles.
4) Déduire les solutions f de (E)
5) Déterminer la fonction g solution de (E) et qui vérifie g(0)=0

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur [0,+∞[par $f(x)=\frac{1}{4}xe^{\frac{-1}{2}x}$

1) a/ Montrer que f est positive sur [0, +∞[
   b/ Montrer que la droite Δ : y=0 est asymptote à C_f au voisinage de +∞
   c/ Etudier les variations de f sur [0,+∞[
2) Déterminer le coefficient directeur de la demi tangente à C_f à droite en O.
3) Tracer C_f dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.
4) On considère la fonction F définie sur [0,+∞[par $F(x)=\int_0^x f(t)dt$
   a/ Montrer que F est strictement croissante sur [0,+∞[
   b/ Montrer que $F(x)=1-e^{\frac{-x}{2}}-\frac{x}{2}e^{\frac{-x}{2}}$
5) Soit α > 2 et A_α l'aire de la partie plane limitée par C_f et les droites
   Δ_1 : y=0, Δ_2 : x=2, Δ_3 : x=α
   a/ Calculer A_α en fonction de α

Mr.Bechir Fehri

www.devoirat.net 2020

b/ Déterminer $\lim_{n \to -\infty} A_\theta$

Exercice n°5 :

(Tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près)

Le tableau suivant donne l'évolution du pourcentage des logiciels piratés dans un pays.

On désigne par X le rang de l'année et par Y le pourcentage des logiciels piratés.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Pourcentage y_1	85	78	73	66	57	51

1) Représenter le nuage de points de la série (X,Y) dans un repère orthogonal :
- 1cm représente un an sur l'axe des abscisses.
- 1 cm représente 5% sur l'axe des ordonnées.

2) a/ calculer les coordonnées du point moyen G, et placer le dans le même repère.
   b/ Calculer V(X), σ(Y) et cov (X,Y).
3) On pose Z=ln Y.
   a- Dresser un tableau donnant les valeurs de x_1 et z_1.
   b- Calculer le coefficient de corrélation entre X et Z. interpréter ce résultat
   c- Donner l'équation de la droite de régression de Z en X, par la méthode des moindres carrés.
   d- En déduire une relation entre X et Y.
   e- Donner une estimation du pourcentage des logiciels piratés en 2012.

Mr.Bechir Fehri

www.devoirat.net 2020