Lycée secondaire Echabeb Prof : H-JAMEL	Devoir de contrôle N :2 Durée : 2 heures	Niveau : 4éme sc. Exp Date : 28-01-2020

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie sur [0,π] par f(x)=$\sqrt{1-cosx}$ et soit (C) sa courbe représentatif dans un repère orthonormé (o,i,j).

1) a) Etudier la dérivabilité de f a droite de 0.

 b) Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

 b) Montrer que f réalise une bijection de [0,π] sur un intervalle J que l'on précisera.

3) soit f^{-1} la fonction réciproque de f .

 a) Etudier la dérivabilité f^{-1} a gauche de $\sqrt{2}$.

 b) Montrer que f^{-1} est dérivable sur]0, $\sqrt{2}$[et que (f^{-1})'=$\frac{2}{\sqrt{2-x^2}}$.

4) calculer l'aire de la partie limité par ;

 la courbe (C_h) et l'axe (xx') et les deux droites D_1 : x=0 et D_2 : x=$\frac{\sqrt{2}}{2}$ avec h(x)= $\frac{1}{\sqrt{2-x^2}}$.

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie sur IR par f(x) = $\frac{1}{x^2-2x+2}$

1) Justifier sue f admet une unique primitive F telle que F(1)=0
2) On pose G (x) = F(2-x)+F(x) pour tout réel x.
   a) Montrer que G est dérivable sur IR et calculer G' (x).
   b) Déduire que G(x) =0.
   c) Déduire une interprétation de résultat.
3) Soit la fonction G définie sur]-$\frac{\pi}{2}$,$\frac{\pi}{2}$[par G(x)= F (1+tanx)
   a) Justifier que G est dérivable sur]-$\frac{\pi}{2}$,$\frac{\pi}{2}$[
   b) Calculer G'(x) puis déduire que G(x)=x
   c) Déduire alors F(0)
4) soit (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé (o,i,j) .

   calculer l'aire de la partie limité par (C_f) , l'axe (xx') et les axes Δ_1 : x=0 et Δ_2 : x=1

Exercice 3 :

Soit (u_n) la suite définie sur N par : $\int_0^1 \frac{x^n}{(x+1)^3}\,dx$

1) a- Prouver que (u_n) est une suite décroissante.

   b-Monter que pour tout n : $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$

   c- déduire $lim_{n \to \infty} u_n$.

2) a- calculer u_0 .

   b- calculer $u_0 + u_1$ puis déduire u_1.

3) On a tracer les courbes des fonctions f et g définie sur [0 ;+∞[telle que :

   f(x)= $\frac{x}{(x+1)^4}$ et g(x)= $\frac{-x^2}{(x+1)^4}$

   Calculer l'aire limité la courbe de f , la courbe de g et les deux droites x=0 et x=1

Exercice 4 :

On considère dans l'espace le cube ABCDEFGH d'arrête 1 ci-contre

1) a- Calculer $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{FD}$

   b- Déterminer $\overrightarrow{EH} \wedge \overrightarrow{AC}$

2) on munit l'espace du repère orthonormé direct $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

On désigne par I le milieu de [FG).

a-Déterminer les composants des vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IH}$

b- En déduire que $\overrightarrow{IB} \wedge \overrightarrow{IH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

c- Calculer l'aire de triangle BIH.

d- Calculer le volume de tétraèdre BCIH.

e- En déduire la distance du point C au plan (BIH).

f- Calculer la distance du point B à la droite (IH).

3) Soit P=$\{M \in E$ tel que $(\overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{CH}).\overrightarrow{IM} = 0\}$.

a- Montrer que P est un plan (BCH).

b- soit α un réel et M (1+α , 2 , 1-α).Montrer que M est un point P.

c- Montrer que le volume du tétraèdre MBCH garde une valeur constante que l'on précisera.