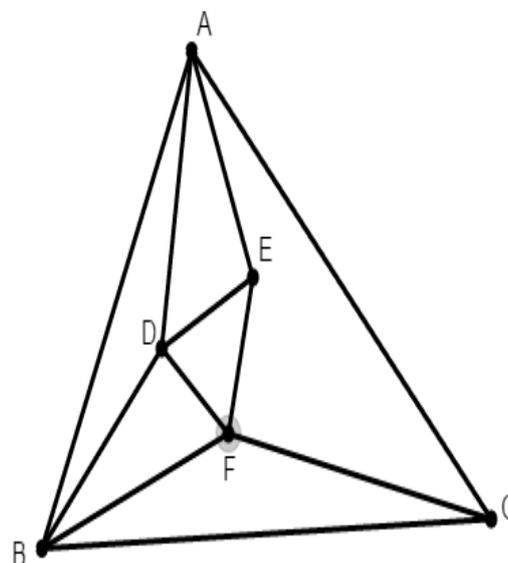


Lycée :EchebbiTadhaman	Devoir de synthèse N° 1	Profs :M <sup>me</sup> MNI <sup>F</sup> - M <sup>r</sup> SAIDANI - M <sup>r</sup> OUERGHI
Année scolaire : 2019/2020		Epreuve : MATHEMATIQUES
Classes: 4 Eco 1 & 2 & 3 & 4		Durée :120min

### EXERCICE N°1 (6points)

On considère le graphe **( G )** ci-contre , dont les sommets sont A,B,C,D ,E et F pris dans cet ordre



1°) Justifier que le graphe **( G )** est connexe

2°) Justifier que le graphe **( G )** admet au moins une chaîne eulérienne et donner un exemple

3°) a) Justifier que le graphe **( G )** n'admet pas de cycle eulérien

b) Quelle arrête peut-on alors ajouter pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?

4°) Après avoir classé les sommets dans l'ordre de degré décroissant, colorier le graphe **( G )** et en déduire le nombre chromatique  $\chi(G)$

5°) Déterminer la matrice  $M$  associée à ce graphe **( G )**

$$6^{\circ}) \text{ on donne } M^3 = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 10 & 11 & 10 & 6 \\ 11 & 8 & 8 & 11 & 6 & 11 \\ 10 & 8 & 4 & 6 & 5 & 10 \\ 11 & 11 & 6 & 8 & 8 & 11 \\ 10 & 6 & 5 & 8 & 4 & 10 \\ 6 & 11 & 10 & 11 & 10 & 6 \end{pmatrix}$$

Déterminer le nombre de chaîne de longueur 3 reliant C et E et citer toutes les chaîne

## EXERCICE N°2 (6points)

On donne les matrices :  $A = \begin{pmatrix} 9,9 & 7,5 & 3,75 \\ 1030 & 780 & 385 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 7900 & -75 & -750 \\ -12900 & 123 & 1020 \\ 5000 & -48 & -60 \end{pmatrix}$

1°) a) Montrer que  $A$  est inversible

b) Calculer  $A \times B$

c) Déduire la matrice  $A^{-1}$  l'inverse de  $A$

2°) Un bijoutier fabrique des bagues de trois types  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  par l'alliage de l'or pur avec d'autres métaux. Chaque bague pèse 5 grammes.

Le tableau suivant indique le pourcentage massique d'or pur et le prix d'une bague pour chaque type.

Type de bague	$b_1$	$b_2$	$b_3$
Pourcentage massique d'or pur	99%	75%	37,5%
Pris d'une bague ( en dinars )	1030	780	385

Pendant un mois, le bijoutier a utilisé 312 grammes d'or pur pour fabriquer 100 bagues qu'il les vend avec un total de 64700 dinars.

a) traduire les informations en un système

b) Donner l'écriture matricielle

c) Déterminer alors le nombre de bagues fabriquées de chaque type.

**EXERCICE N°3 (8points)**

1°) Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0, 50]$  par  $f(x) = \frac{-1}{3}x^3 + 22x^2 - 160x - 300$

- Calculer  $f(0)$ ,  $f(4)$ ,  $f(40)$  et  $f(50)$
- Montrer que  $f$  est dérivable sur  $[0, 50]$ , puis calculer  $f'(x)$
- Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $[0, 50]$

2°) a) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans  $]10; 11[$  une unique solution  $\alpha$

b) Dédurre le signe de  $f$  sur  $[0, 50]$ .

3°) Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un médicament pour injection.

Ce laboratoire peut produire entre 0 et 50 litres de ce médicament par mois

Le coût de production en milliers de dinars en fonction du volume  $x$  de litre produites est modélisé par :  $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 200x + 300$

Le laboratoire vend le litre à 40 milles dinars

- Montrer que les bénéfices mensuels en milliers de dinars en fonction du volume  $x$  de litre produites est :  $f(x) = \frac{-1}{3}x^3 + 22x^2 - 160x - 300$
- Déterminer le nombre de litre pour assurer un bénéfice
- Combien de litre par mois doit produire le laboratoire pour réaliser un bénéfice maximal, que vaut ce bénéfice