Lycée secondaire citée de jeune Gafsa	Devoir de synthèse n°1 Mathématiques	Classe 4 eme tech 1-2-3
Année scolaire 2019/2020		Durée 2 H

QCM :

1) Un racine carré de $\sqrt{3}-i$ est : a) $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$, b) $-1+i\sqrt{3}$, c) $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{12}}$
2) Pour tout réel α, l équation $(E): iz^2+e^{i\alpha}z+1=0$ admet dans C deux solution z_1 et z_2 on a :
   a) $z_1+z_2=ie^{i\alpha}$,, b) $z_1.z_2=i$ c) $z_1+z_2=-ie^{i\alpha}$
3) Soit z' et z'' deux nombres complexes non nul d'arguments respectifs $\frac{7\pi}{12}$ et $\frac{\pi}{3}$ on a :
   a) $\frac{z'}{z''}$ est réel , b) $z'.z''$ est réel , c) $z'.z''$ est imaginaire pur

EXERCICE 1 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O,i,j)

1) Résoudre dans C l'équation $z^2+2\sqrt{2}\,z+6=0$
2) On désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_A=2-i\sqrt{2}$ et $z_B=2+i\sqrt{2}$
   Placer les points A et B dans le plan complexe
3) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle C de centre O et de rayon $\sqrt{6}$
4) Soient I , J et K les points d'affixes respectives z_I, z_J et z_K telles que $z_I=2i$
   Z_J est le nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{3\pi}{4}$; $z_A= -z_J$
a) Donner la forme algebrique de z_J
b) Placer les points I,J et K dans le plan complexe
5) Quelle est la nature du triangle IJK ? justifier
6) Donner le rayon du cercle C' circonscrit au triangle IJK
7) Soit E l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie la relation :$2<|z|<\sqrt{6}$
   a) Tracer les cercles C et C'
   b) Représenter l'ensemble E sur le graphique précédent a l aide de hachure .Justifier

EXERCICE 2 :

1) Soit la fonction f définie sur]0,+∞[par $f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x}}$
   a) Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ interpréter les résultats graphiquement
   b) Montrer que f est dérivable sur]0,+∞[et que pour tout x ∈]0,+∞ [on a $f'(x)=\frac{-1}{2x^2\sqrt{\frac{x+1}{x}}}$
   c) Montrer que f réalise une bijection de]0,+∞ [sur un intervalle J que l on précisera
   d) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$
2) Soit la fonction g définie sur]0,+∞[par g(x)=f(x) – x
   a) Dresser la tableau de variation de g
   b) Montrer que l'équation f(x)=x admet une unique solution α dans] 0, +∞ [et que 1<α<2
3) a) montrer que pour tout x∈[1,+∞ [on a $|f'(x)|\le\frac{1}{2}$
   b) montrer que pour tout x∈[1,+∞ [on a : $|f(x)-\alpha|\le\frac{1}{2}|x-\alpha|$

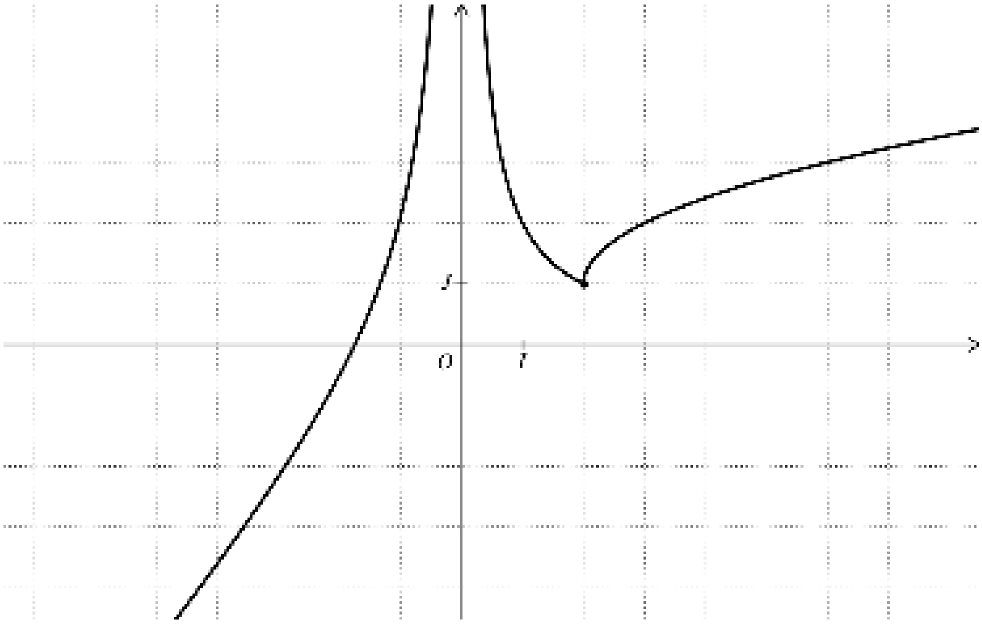
EXRERCICES3:

On donne ci-dessous Cf la courbe dans un repère orthonormé (O,i,j) dune fonction f definie sur IR telle que Cf admet au voisinage de +∞ une branche parabolique de direction (O,i)*

La droite $\Delta: y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ *est une asymptote oblique a Cf au voisinage de - ∞*

A(2,1) est une point anguleux pour Cf

Cf coupe les droite D : y=2 au point -1 ,1 et 3



1) *par lecture graphique les renseignements fournis*

   a) *déterminer* $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(-2x^3 + 5x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) - \frac{3}{2}x$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

   b) *déterminer* $\lim\limits_{x \to 2^-} \frac{f(x)-1}{x-2}$ et $\lim\limits_{x \to 2^+} \frac{f(x)-1}{x-2}$

   c) *écrire des équations des demi-tangentes a Cf au point A*

2) *on donne le tableau de variation d'une fonction définie sur]-∞,2]*

x	-∞	*2*
g(x)	+∞ ↘	*3*

on donne g(1)= 6 et g'(1)= - 2 , on considère la fonction composée : h= gof

a) *montrer que le domaine de définition de h est* D_h*=]-∞,-1]u[1,3]*

b) *déterminer* $\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$, $\lim\limits_{x \to 1^+} h(x)$ *et h([1,3])*

c) *calculer le nombre dérivé à gauche de h en 2*

d) *Dresser le tableau de variation de h*