Lycée secondaire Ibn charef thala Devoir de synthèse n° 01 4^{eme} ST

Année scolaire :2019-2020 Décembre 2019

Exercice N .01 (02points)

Choisir en justifiant la réponse correcte

1) Un argument de $Z = 1 - e^{i\frac{\pi}{3}}$ est **a)** $\frac{\pi}{6}$ **b)** $\frac{\pi}{3}$ **c)** $\frac{-\pi}{3}$

2) $\lim_{x\to+\infty} \tan\left(\frac{\pi x}{2x+1}\right)$ est egale à **a)** 0 **b)** $+\infty$ **c)** $-\infty$

3) l'equation $x^6 + 3x^2 - 3 = 0$ admet dans $[-1,1]$

a) une seule solution **b)** aucune solution **c)** deux solutions

4) $\lim_{x\to+\infty} x^2\left(1 - \cos(\frac{1}{x})\right)$ **est égale à** **a)** $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{3}{2}$ **c)** -$\frac{1}{2}$

Exercice N .02(03 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

On note M , N et K les points d'affixes respectives

$a = 1 + i\sqrt{3}$, $b = \sqrt{3} - i$ et $a + b$

1) Donner la forme exponentielle de a , b et $\frac{a}{b}$

2) Montrer que $OMKN$ est un carré

3) Vérifier que $(a+b)e^{i\frac{\pi}{6}} = 2 + 2i$

b-En déduire la forme exponetielle de $a + b$ et la valeur exacte de $\cos(\frac{\pi}{12})$

Exercice N .03(07points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

1) Résoudre dans C l'équation $z^2 - (2+i)z + 1 + i = 0$

2) Pour tout nombre complexe z on pose :

$$f(z) = z^3 - (4+i)z^2 + (5+3i)z - 2(1+i)$$

a)Montrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution réelle $z \neq 1$ que l'on précisera

b)Déterminer les nombres complexes a et b tels que :
$f(z)=(z-2)(z^2+az+b)$

c) Résoudre dans C l'équation $f(z)=0$

3)On désigne par A , B et F les images respectives de $Z_0=1$ $Z_1=2$ et $Z_2=1+i$

a) Ecrire sous forme exponentielle le nombre $\dfrac{Z_F-Z_A}{Z_B-Z_A}$

b)En déduire que le triangle ABF est rectangle et isocle en A

<u>Exercice N .04(08 points)</u>

Soit f la fonction définie sur IR_+ par : $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}+1$

1-a) Calculer $\lim_{+\infty} f$ interpreter le résultat graphiquement

b- Justifier que f est dérivable sur IR_+ et que $f'(x)=\dfrac{-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

c- Dresser le tableau de variation de f .

2) On pose $g(x)=f(x)-x$

a- Dresser le tableau de variation de g.

b- Montrer que l'équation $f(x)=x$ une unique solution α dans $]0,+\infty[$

c- Vérifier que $1 \prec \alpha \prec 2$

d- Montrer que α est une solution de l'équation $x^4-2x^3+2x^2-2x=0$

3)Soit la fonction h définie sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $h(x)=f(\tan x)$

a-Montrer que h est dérivable sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$

b- Calculer $h'(x)=-\sin x$ pour tout $x\in\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$

c- Dresser le tableau de variation de h