Proposée par Mr
FEHRI BECHIR
2019/2020

Série de révisionN°4
Complexe

BAC

Exercice n°1:

1/On considère les nombres complexe $\propto = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ et $\beta = \frac{3+i\sqrt{3}}{2}$

Ecrire $\propto$ et β sous forme exponentielle.

2/Soit θ un réel de $]0,\pi[$.

a/ résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : z^2- 2z +1-$e^{i2\theta}$=0

On désigne par z_1 la solution ayant une partie imaginaire négative et par z_2 l'autresolution.

b/ Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

c/ Déterminer θ pour que l'on ait $z_1 = \propto$ et $z_2=\beta$

Exercice n°2 :

Soit a un nombre complexe non nul et l'équation z^2- 2z +1+$\boldsymbol{a}^2$=0

1/ Résoudre dans C l'équation.

2/ On considère les les points A et B d'affixes respectives 1+ia et 1- ia

On pose $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a_1} + \boldsymbol{i}\boldsymbol{a_2}$, ou $\boldsymbol{a_1}$ et $\boldsymbol{a_2}$ sont des réels.

a) Montrer que es points O, A et B sont alignés, si et seulement si , $\boldsymbol{a_1} = 0$

b) Montrer que les vecteurs OAet OB sont orthogonaux , si et seulement si , $|a|$ = 1.

3/ On suppose que a = $e^{i\propto}$, ou $\propto \in]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$.

a) Vérifier que pour tout réel x , 1+ e^{ix} = 2 cos $\frac{x}{2}$ $e^{i\frac{x}{2}}$ et 1−e^{ix} = 2isin $\frac{x}{2}$ $e^{i\frac{x}{2}}$

b) En déduire l'écriture sous forme exponentielle de chacun des nombres complexe 1+ia et 1- ia

c) Déterminer a pour que le triangle OAB soit rectangle isocèle en O.

Exercice n°3 :

Soit θ un réel de $[0,2\,\boldsymbol{\pi}[$

"Le Premier règle de la réussite ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail "

1/a) vérifier que $\left(e^{i\theta} - \mathrm{i}\right)^2$ = -1+$e^{2i\theta}$ - 2$ie^{i\theta}$

b)Résoudre dans C l'équation : z^2- 2iz +2i$e^{i\theta}$ - $e^{2i\theta}$ = 0

2/ On désigne par M_1 et M_2 les points d'affixes respectives $e^{i\theta}$ et 2i -$e^{i\theta}$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct .

a) Déterminer et construire l'ensemble C_1 décrit par le point M_1 lorsque θ varie dans [0,2 π [

b)Calculer l'affixe du milieu I du segment $[M_1M_2]$.

c)Déterminer et construire l'ensemble C_2 décrit par le point M_2 lorsque θvarie dans [0,2 π [

3/a) Montrer que $(M_1M_2)^2 = 8(1-\sin\theta)$

b) Déduire la valeur de θ pour laquelle M_1M_2 est maximale

Exercice n°4 :

1/Résoudre dans C l'équation : (E) : z^2- 2(1+i)z + $\frac{1}{2}$+i = 0.

2/ Soit θ un réel de $[0,\frac{\pi}{2}]$ on considère l'équation :

E_θ :: 2 z^2-(1+2cosθ + 2i)z + $cos\theta$ + i = 0

a) Montrer que l'équation E_θ admet une racine réelle que l'on calculera.
Calculer l'autre racine en fonction de θ

On considère les points A et M d'affixes respectives $\frac{1}{2}$et $\cos\theta + \mathrm{i}$

b)Déterminer et construire l'ensemble E des points M lorsque θ varie dans l'intervalle $[0,\frac{\pi}{2}]$.

c) Calculer AM en fonction de θet en déduire la valeur de θ *pour laquelle la distance AM est minimale*.

Exercice n°5 :

1/Déterminer sous forme trigonométrique , les solutions dans C de

l'équation E : $z^3 = 4\sqrt{2}(-1+\mathrm{i})$

2/ En utilisant les racines cubiques de l'unité , écrire les solutions de (E)

sous forme algébrique .

3/ Déduire des questions précédentes les valeurs de cos$\frac{\pi}{12}$ et si $\frac{\pi}{12}$