Exercice 1 :

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $Z^2 - (\sqrt{3} + 3i)Z - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$

1) a) Vérifier que : $(-\sqrt{3} + i)^2 = 2 - 2i\sqrt{3}$
   a) Résoudre l'équation (E)
2) Pour tout Z dans$\mathbb{C}$, on pose p(Z) = $Z^3 - (\sqrt{3} + 5i)Z^2 - 4(2 - i\sqrt{3})Z + 4(\sqrt{3} + i)$
   a) Calculer p(2i)
   b) Trouver les nombres complexes α et β tel que : pour tout Z dans$\mathbb{C}$ on a
      p(Z) = (Z-2i)(Z^2+ $\alpha Z + \beta$)
   c) Résoudre l'équation p(Z) = 0
3) Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives a = 2i, b = $\sqrt{3} + i$ et c = $\sqrt{3} + 3i$
   a) Donner l'écriture exponentielle de a et b. En déduire la construction des points A, B et C
   b) Donner l'écriture exponentielle de c et $\frac{c-a}{b-a}$.
   c) En déduire que le triangle ABC est équilatéral.
4) a) Vérifier que : b = c – a
   b) en déduire que le quadrilatère OBCA est un losange.

Exercice 2 :

1) La forme exponentielle de $(-1 - i\sqrt{3})$ est

a) $2e^{\frac{i4\pi}{3}}$ b)$2e^{\frac{i\pi}{3}}$ c)$2e^{\frac{i2\pi}{3}}$

2) Si z un nombre complexe tels que $|z| = 2$ *alors* $\left|z - \frac{1}{\bar{z}}\right| =$

a)$\frac{1}{2}$b)1 c)$\frac{3}{2}$

3)Si$\frac{\pi}{6}$est un argument de z alors un argument de $\frac{i}{\bar{z}^2}$est :

a)$\frac{5\pi}{6}$b) $\frac{\pi}{6}$c) $-\frac{5\pi}{6}$

4) Soit θ un réel alors $1 - e^{i\theta} =$

a) $2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{2}\right)}$ b) $2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{2}\right)}$ c) $2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\frac{\theta}{2}}$

Exercice 3 :

On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f continue sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f(x)$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

1) a)Donner le nombre des solutions de l'équation $(E): f(x) = 0$.

b) On suppose que 1 est une solution de (E)eton note α la deuxième solution

*Vérifier que $\alpha < 1$

**) En déduire le signe de $f(x)$

2)Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$ puis $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(\frac{2x}{x-1}\right)$

Exercice 4 :

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct :$(O;\vec{u},\vec{v})$

On désigne par A , B et C les points d'affixes respectives i , -1 et 1

Soit l'application f du P dans P qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z'

tel que$z' = \frac{z+1}{z-i}$(z un nombre complexe diffèrent de i)

1)a) Déterminer l'affixe $z_{C'}$ du point C' image de point C par f

b) Donner la forme exponentielle de $z_{C'}$

2)a)Déterminer l'ensembles des points M tels que z' soit réel.

b) Déterminer l'ensemble de point M tel que z' soit imaginaire pure

3)a) Montrer que pour tout z $\neq$ i on a : $OM' = \frac{BM}{AM}$

b) Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M décrit la médiatrice de segment $[AB]$

4)a)Montrer que $|(z'-1)(z-i)| = \sqrt{2}$

b) En déduire l'ensemble des points M' lorsque le point M décrit le cercle de centre A est de rayon $\sqrt{2}$

Exercice 5 :

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+\cos(\pi x)}{x-1} & si\ x < 1 \\ \sqrt{x^2+3}-1 & si\ \ x \geq 1 \end{cases}$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f sur un repère orthonormée $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.

1)a)Montrer que $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 1$ $\left(\text{On vous donne } \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1+\cos(\pi x)}{x-1} = 0\right)$

b)En déduire que f continue en 1

c) Montrer que f est continue sur IR

2)a) Vérifier que pour tout $x \in]-\infty; 1[$; $\dfrac{x+1}{x-1} \leq f(x) \leq 1$

b) En déduire que la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote à $(\mathscr{C})$ au voisinage de $-\infty$

3)a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - x$
$= -1$, interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4) a)Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution α dans $\left]-\dfrac{1}{2}, 0\right[$

b) Montrer que $\sin(\pi\alpha) = -\sqrt{1-\alpha^2}$

Exercice n°6

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

1) z un nombre complexe de module 2 et d'argument $\dfrac{2\pi}{3}$

a) z est une racine $4^{ième}$ de l'unité. b) $\mathrm{Re}(z^{10}) = -2^9$ c) $\arg(z^2) \equiv \dfrac{4\pi}{3}[2\pi]$

2) Soit A et B deux points tels que : $\dfrac{z_A}{z_B} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ alors :

a) O, A et B non alignés. b) OAB rectangle en O c) OAB équilatéral.

3) Soit g la fonction tel que pour x<0 : $x+\frac{1}{x}\le g(x)-x\le x-\frac{1}{x}$, et Cg sa courbe représentative dans un repère orthonormé alors :

a) $\lim\limits_{-\infty} g(x)=+\infty$ b) $\lim\limits_{-\infty}\frac{g(x)}{x}=0$ c) Cg admet une asymptote oblique au voisinage de -∞

Exercice n°7

Soient les nombres complexes suivants $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$, $z_2=1-i$ et $Z=\frac{z_1}{z_2}$

1) Ecrire z_1 , z_2 et Z sous forme trigonométrie
2) Ecrire Z sous forme algébrique
3) En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$
4) Résoudre dans ℂ l'équation $z^3=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$
5) a) Pour n un entier naturel non nul donner la forme trigonométrique Z^n
   b) Trouver le plus petit entier n non nul pour que Z^n soit réel .

Exercice n°8

1°) a)Calculer $(1+2i)^2$

b) Résoudre dans ℂ, 1'équation d'inconnue z suivants. $z^2+i\sqrt{3}\,z-i=0$.

2°) Soit θ un réel de 1'intervalle $[0,\frac{\pi}{2}]$.

On considère 1'équation d'inconnue z : (E_θ) $z^2+(2i\sin\theta)z-2i\cos\theta=0$.

a) Vérifier que $(\cos\theta+i)^2=-\sin^2\theta+2i\cos\theta$.

b) Résoudre dans l'ensemble ℂ des nombres complexes l'équation (E_θ).

3°) Dans le plan P muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives : $z_1=i$, $z_2=\cos\theta+(1-\sin\theta)i$ et $z_3=-\cos\theta-(1+\sin\theta)i$.

a) Ecrire z_2 et z_3 sous forme exponentielle.

b) Déterminer le réel θ de $[0,\frac{\pi}{2}]$ pour que A, B et C soient alignés.

c) Déterminer le réel θ de $[0,\frac{\pi}{2}]$ pour que B et C appartiennent à un cercle de centre O.

Quel est le rayon de ce cercle ?

Exercice no9

Soit la fonction *f* définie sur IR par $f(x)=\begin{cases} x^3+3x^2-2\pi & si\ x\ge 0 \\ \frac{-2\pi x+\sin(x^2)}{x} & si\ x<0\end{cases}$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Etudier la continuité de *f* en 0.

2) a) Montrer que pour tout $x<0$, on a : $-2\pi+\frac{1}{x}\leq f(x)\leq -2\pi-\frac{1}{x}$.

b) En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.Interpréter graphiquement ce résultat.

3) Etudier la nature de la branche infinie de (C) au voisinage de $+\infty$.

4) Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de 0

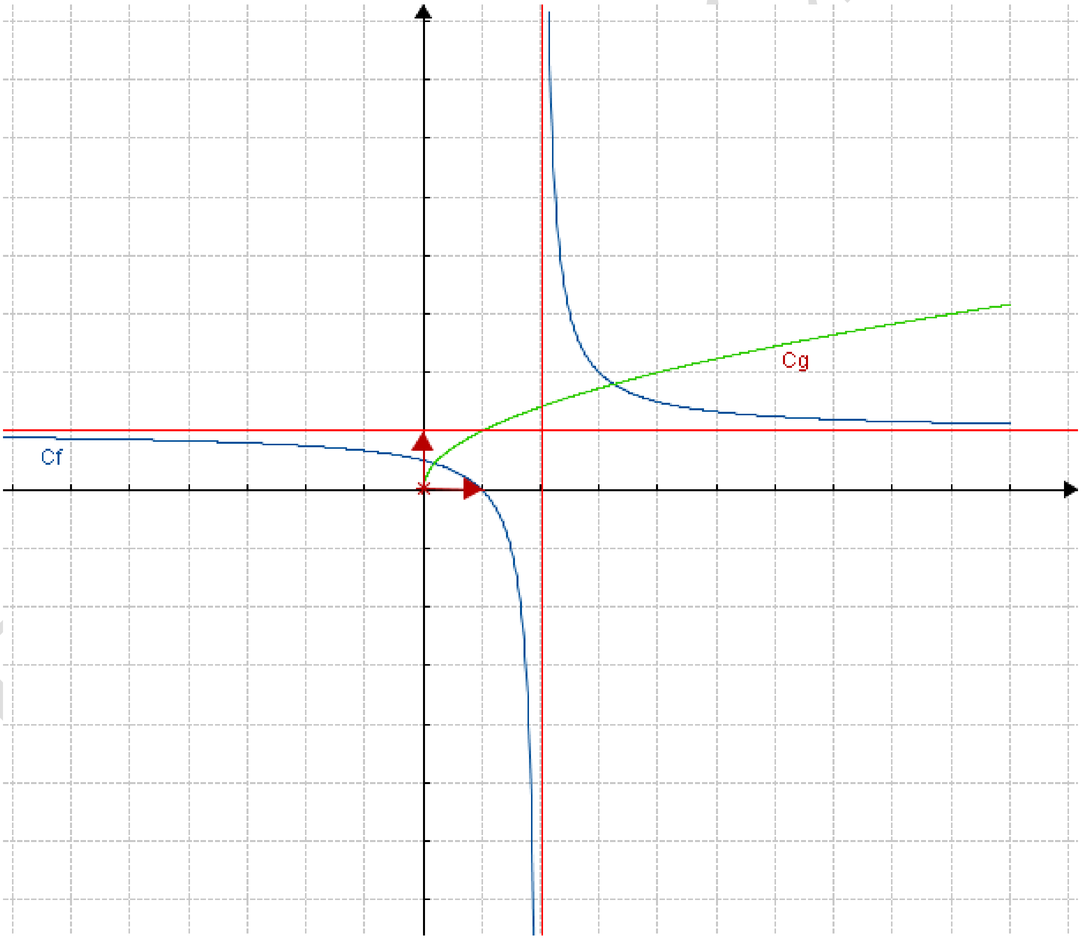
5) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et sur $]-\infty,0[$calculer $f'(x)$
.

6) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α et que $0<\alpha<2$.

Exercice n°10

On donne ci-dessous les courbes de deux fonctions f et g

1. Déterminer le domaine de définition des fonctions f, g et $g\circ f$
2. Déterminer $\lim_{2^+} f$, $\lim_{2^-} f$ $\lim_{+\infty} f$ et $\lim_{-\infty} f$
3. Déterminer $\lim_{+\infty} g(x)$ et $\lim_{+\infty} \frac{g(x)}{x}$
4. Déterminer $\lim_{2^+} g\circ f$, $\lim_{0} g\circ f$ et $\lim_{+\infty} f\circ f$



La confiance en soi est le premier secret du succès