****** Lycée Hbira******	Prof : Ben Essid A.
Devoir de Synthèse N°1	A.N :2014/2015
******Mathématique*******	Classe : 4ème ECo
	Durée et Date: 2H le 12/12/2013

NB :Le sujet comporte 3 pages la feuille annexe 3 à rendre avec votre copie

Exercice 1 :(3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur le tableau de la feuille d'annexe la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0.75 point et une réponse fausse ou absence de réponse vaut 0 point.

1) Soit la fonction $f : x \mapsto x^2(1-x)^2$ admet pour axe de symétrie la droite d'équation :

 a) $x = -1$ b) $x = \frac{1}{2}$ c) $x = 1$

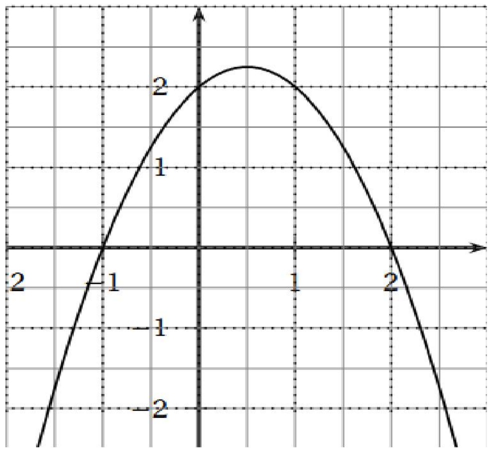
2) Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{3x+1}{x-2}$ alors le point d'intersection des asymptotes est :

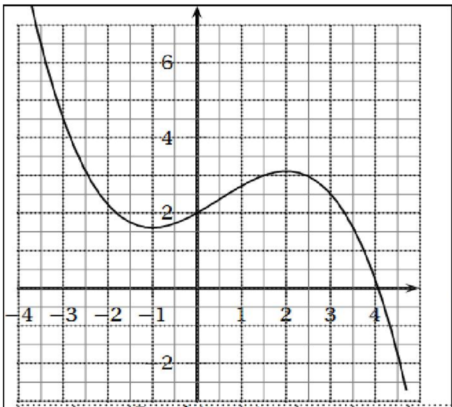
 a) $A(1;3)$ b) $A(2;3)$ c) $A(3;2)$

3) Une primitive de sur $]-\infty;\frac{3}{2}[$ de la fonction $f(x) = \dfrac{4}{\sqrt{3-2x}}$ est donnée par $F(\text{x}) =$

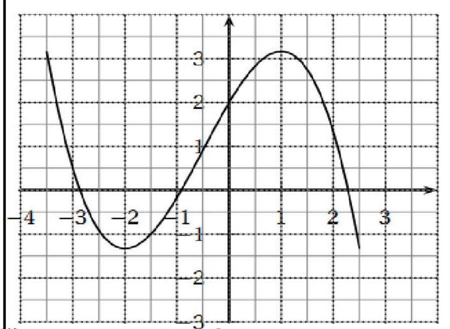
 a) $4\sqrt{2x-3}$ b) $-4\sqrt{3-2x}$ c) $-\sqrt{3-2x}$

4) La fonction f définie sur IR par la représentation graphique ci-contre. Un des quatre graphique ci-dessous représente une primitive F de f . Indiquer quel est ce graphique :

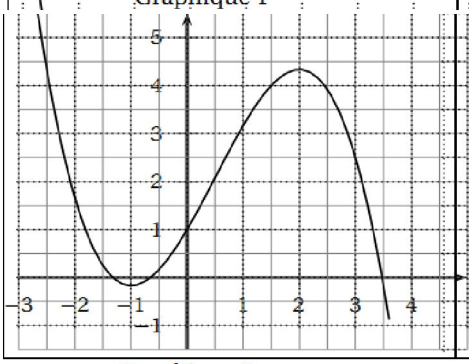




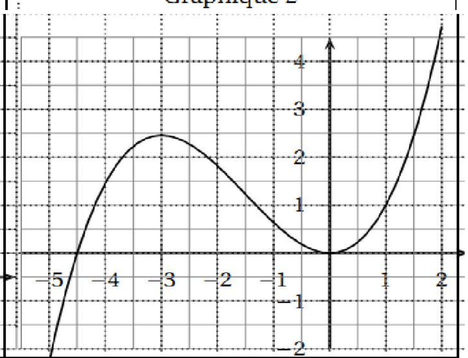
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4

Exercice 2 : (6 points)

On donne les deux matrices $M = \begin{pmatrix} 0.75 & 1.5 & 1.25 \\ 4 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} -0.6 & 0.1 & 1.8 \\ 0.8 & 1.2 & -1.4 \\ 0.8 & -0.3 & 1.6 \end{pmatrix}$

1) a) Calculer le déterminant de M puis en déduire que M est inversible.
   b) Calculer $(N - I_3) \times M$
   c) En déduire alors M^{-1} l'inverse de M

2) On considère le système $(S): \begin{cases} 0.75x + 1.5y + 1.25z = 735 \\ 4x + 6y + 2z = 2400 \\ x + y + z = 620 \end{cases}$
   a) Donner l'écriture matricielle du système (S).
   b) Résoudre dans IR^3 le système (S).

3) Une entreprise de confection de vêtements fabrique des jupes, des robes et des pantalons.

Pour fabriquer une **jupe**, il faut **0.75** m de tissu, **4** boutons et **une** fermeture.

La confection d'une **robe** nécessite **1. 5** m de tissu, **6** boutons et **une** fermeture.

Pour confectionner un **pantalon**, on utilise **1.25** m de tissu, **2** boutons et **une** fermeture.

On appelle :

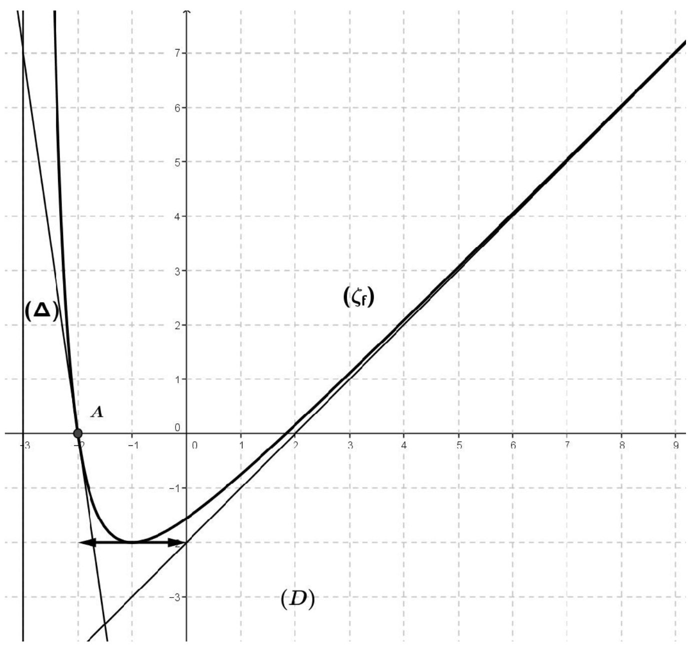
$\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ et $\boldsymbol{z}$ les quantités respectives de jupes de robes et de pantalons confectionnés.

$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{c}$ les quantités de tissu(en mètre), de boutons et de fermetures utilisés pour leurs fabrication.

Au cours de confection cette entreprise a utilisé **735** mètre de tissu, **2400** boutons et **620** fermetures.

   a) Montrer que (x, y, z) est solution dans IR^3 d'un système linéaire que on établira.
   b) Combien a-t-elle confectionné de jupes, de robes et de pantalons.

Exercice 3 : (5 points)



La courbe (ζ_f) représentative d'une fonction f est tracée dans le repère ci-dessus.

(Δ) tangente à (ζ_f) au point $A(-2;0)$, $(D): y = x - 2$ et $x = -3$ deux asymptotes de (ζ_f).

1) Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
   a) Donner l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
   b) Donner les valeurs de $f(-2), f'(-1)$ et $f'(-2)$.
   c) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x + 2]$
   d) Dresser le tableau de variation de f .

2) Pour tout $x \in D_f$ on pose $f(x) = x - 2 + \dfrac{4}{(x+3)^2}$.

Déterminer une primitive F de f qui prend la valeur 1 en -1.

Exercice 4:(6 points)

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

On donne ci-dessous son tableau de variation. Soit ζ_f sa courbe représentative.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1

1) a) Donner les équations des asymptotes à la courbe ζ_f.

b) Quelle est le nombre des solutions de l'équation $f(x) = 3$.

c) Comparer en le justifiant $f(2)$ et $f(3)$.

d) Ecrire une équation de la tangente T à la courbe ζ_f au point d'abscisse 0.

2) on a admet que f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$ par $f(x) = \dfrac{ax^2+1}{x^2+b}$.

a) En fonction de a et b calculer $f'(x)$.

b) On utilisant le tableau de variation montrer que $a = 1$ et $b = -1$.

c) Soit g la restriction de f à $]1,+\infty[$.

Montrer que g réalise une bijection de $]1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

d) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

3) Tracer T , ζ_f et ζ_g dans le même repère $(o,\vec{i},\vec{j})$.