

Exercice N°1(5pts)

(NB : Le sujet comporte 2 pages et une annexe)

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 0,75 & 1,50 & 1,25 \\ 4 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -1,6 & 0,1 & 1,8 \\ 0,8 & 0,2 & -1,4 \\ 0,8 & -0,3 & 0,6 \end{pmatrix}$

1) a) Calculer le déterminant de A en déduire que A est inversible.

b) Calculer la matrice $A \times B$

c) en déduire la matrice inverse A^{-1} de A

2) une entreprise de confection de vêtements fabrique des jupes ; des robes et pantalons.

Le tableau suivante indiquer la longueur de tissu le nombre de bouton et de fermeture pour fabriquer une jupe une robe et un pantalon

	Jupe	Robe	Pantalon
Tissu en mètre	0,75	1,5	1,25
Bouton	4	6	2
Fermeture	1	1	1

On appelle x ; y et z les quantités respectives de jupes ; de robes et de pantalons confectionnés et a , b et c les quantités de tissus (mètres) ; de boutons et de fermetures utilisés pour leur fabrication

a) Vérifier que la situation se traduit par le système

$$(S): \begin{cases} 0,75x + 1,50y + 1,25z = a \\ 4x + 6y + 2z = b \\ x + y + z = c \end{cases}$$

b) Donner l'écriture matricielle du système (S)

c) Déterminer a ; b et c pour la fabrication de **200** jupe; **120** robes et **320** pantalons

d) Déterminer les quantités des **jupes** ; des **robes** et des **pantalons** quand on a utilisé **735** mètres de tissu ; **2400** boutons et **620** fermetures

Exercice n° 2(5pts)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la facture de gaz (en milliers de dinars) d'une entreprise pour l'année 2011 à 2018

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Montant de la facture de gaz : y_i	102	112	116	120	124	131	139	148

On donnera les résultats arrondi à 10^{-3} près si nécessaire

.1) a) construire le nuage des points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.

b) Un ajustement affine est – il justifié ?

2) Donner les coordonnées du point moyen G du nuage

3) Calculer $\sigma(x); \sigma(y)$ et $cov(x; y)$

4) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire $r(x; y)$

b) interpréter le résultat

5) par la méthode de moindres carrés donner une équation de la droite D de régression de y en x puis une équation de la droite D' de régression de x en y . tracer ces deux droites dans le repère précédent.

6) Calculer le montant de la facture de gaz pour l'année **2022**

Exercice N°3(6pts)

I. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x \ln(x) - x$

1) Montrer que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que $f'(x) = \ln(x)$

En déduire la primitive F de la fonction \ln qui s'annule en 1

2) a) Dresser le tableau de variation de f

b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$

c) En déduire le signe de $f(x)$

II. Soit la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} g(x) = 2x^2 \ln(x) - 3x^2 ; \text{ si } x \in]0; +\infty[\\ g(0) = 0 \end{cases}$$

1) a) Etudier la continuité de g à droite en 0

b) Etudier la dérivabilité de g à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat

c) Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$ g est dérivable et $g'(x) = 4f(x)$

d) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et dresser le tableau de variation de g

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ interpréter graphiquement le résultat

b) Déterminer les points d'intersection de la courbe C_g et l'axe des abscisses

c) Construire la courbe C_g dans un repère $(O; I; J)$ du plan (on prend $e \simeq 2,7$)

6) Soit g_1 la restriction de g à l'intervalle $[0; e]$

a) Montrer que g_1 réalise une bijection de $[0; e]$ sur un intervalle J que l'on déterminera

b) tracer $C_{g_1^{-1}}$ dans le même repère

Bon travail