

**Exercice N°1 BAC 2018 session de contrôle**

On donne les matrices  $A = \begin{pmatrix} 9,9 & 7,5 & 3,75 \\ 1030 & 780 & 385 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 7900 & -75 & -750 \\ -12900 & 123 & 1020 \\ 5000 & -48 & -60 \end{pmatrix}$

- 1) a) Calculer le déterminant de A en déduire que A est inversible.
  - b) Calculer la matrice  $A \times B$
  - c) en déduire la matrice inverse  $A^{-1}$  de A
- 2) un bijoutier fabrique des bagues de trois types  $B_1, B_2$  et  $B_3$  par l'alliage de l'or pur avec d'autres métaux. Chaque bague fabriquée pèse 5 grammes  
Le tableau suivant indique le pourcentage massique d'or pur et le prix d'une bague pour chaque type

Type de bague	$B_1$	$B_2$	$B_3$
Pourcentage massique d'or pur	99%	75%	37,5%
Prix d'une bague (en dinars)	1030	780	385

Pendant un mois, le bijoutier a utilisé 312 grammes pour fabriquer 100 Bagues qu'il les vend avec un total de 64700 dinars.

- a) Montrer que la situation se traduit par le système
 
$$(S): \begin{cases} 9,9x + 7,5y + 3,75z = 624 \\ 1030x + 780y + 385z = 64700 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$
- b) Donner l'écriture matricielle du système (S)
- c) Déterminer alors le nombre de bagues fabriquées de chaque type.

**Exercice n° 2**

Une société vend des machines agricoles .suite à une restructuration en 2012 elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annuels ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année : $x_i$	0	1	2	3	4	5
Bénéfice en millions de dinars : $y_i$	64	75	100	113	125	127

.1) a) construire le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal.

Les unités graphiques seront : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ;

1cm pour 10 cm sur l'axe des ordonnées.

- b) Donner les coordonnées du point moyen G du nuage (arrondir au dixième)
- 2) En première approximation, on envisage de représenter le bénéfice  $y$  comme une fonction affine du rang  $x$  de l'année .

- 3)a) donner une équation de la droite d'ajustement (D) obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième)  
 b) tracer cette droite (D) dans le repère.  
 c) quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2019 avec cette approximation ?  
 4) en observant le nuage de points, on envisage un deuxième modèle d'ajustement donnée par :  $y = f(x)$  avec  $f(x) = -2x^2 + 23x + 63$   
 a) étudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 6]$   
 b) tracer la courbe  $C_f$  de la fonction  $f$  dans le même repère  
 c) quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2019 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?  
 5) en réalité, le bénéfice en 2019 est en hausse de 0,9% par rapport à celui de 2018 des deux ajustements envisagés dans les questions précédentes, quel est celui qui donnait la meilleure prévision pour le bénéfice en 2019

### **Exercice N°3**

- 1) Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = -x + 1 + 2\ln(x)$   
 Etudier les variations de  $g$  et établir son tableau de variation.  
 a) Montrer que l'équation (E):  $g(x) = 0$  admet sur  $]0; +\infty[$  deux solutions  $1$  et  $\alpha$   
 b) Montrer que :  $3,5 < \alpha < 4$   
 c) Déduire le signe de  $g(x)$  sur  $]0; +\infty[$   
 Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :
- $$\begin{cases} f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2} + 2x\ln(x) ; \text{ si } x \in ]0; +\infty[ \\ f(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$
- 2) On note  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(o; \vec{i}, \vec{j})$
- 3) Montrer que  $f$  est continue en 0  
 4) Etudier la dérivabilité de  $f$  en 0 et interpréter graphiquement le résultat obtenu
- a) Montrer que pour tout  $x \in ]0; +\infty[$  ;  $f'(x) = g(x)$
- b) Etablir le tableau de variation de  $f$
- c) Montrer que  $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)(\alpha-3)}{2}$
- 5) Montrer que l'équation (E') :  $f(x) = 0$  admet sur  $]0; +\infty[$  deux solutions  $1$  et  $\beta$  vérifier que :  $5 < \beta < 6$  c) Tracer  $C_f$
- 6) Soit  $f_1$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $[\alpha; +\infty[$
- a) Montrer que  $f_1$  réalise une bijection de  $[\alpha; +\infty[$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera  
 b) Montrer que  $f_1$  est dérivable en 0 et calculer  $(f_1^{-1})'(0)$   
 c) Tracer  $C_{f_1^{-1}}$  dans le même repère  $(o; \vec{i}, \vec{j})$

