LYCÉE ECHEBBI	Bac blanc	CLASSE 4EG
PROF : DK AHMED	MATHÉMATIQUE	Duré 2h

Exercice N°1(5pts)

On considère un graphe G de sommets $A; B; C\ et\ D$ dont la matrice associée est $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1) Justifier que G est un graphe orienté et déterminer le nombres de ses arcs
2) a) Recopier et compléter le tableau suivant ou $d^+\ et\ d^-$ représentent respectivement le nombre d'arêtes sortantes et d'arêtes rentrantes

	A	B	C	D
d^+				
d^-				

b) Le graphe G admet il un cycle orienté eulérien ? Justifier

c) Justifier que G admet une chaine orientée eulérienne.

d) Représenter le graphe G et donner un exemple d'une chaine orientée eulérienne.

3) On donne $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
   a) Déterminer le nombre de chaine de longueur 2 reliant Bà D
   b) Déterminer le nombre de chaine de longueur 3 reliant A à D
   c) Existe-il une chaine de longueur 3 reliant C à B ? Justifier.
   d) Déterminer la distance du sommet $D\ au\ sommet\ B$
   e) Calculer la matrice $M + I_4$
4) On donne $(M + I_4)^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ et $(M + I_4)^3 = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 6 & 6 \\ 7 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

   Déterminer le diamètre de G justifier votre réponse.

Exercice n°2 (5PTS)

1) Soit (u_n) la suite définie sur N par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{3{u_n}^2 + 4} \end{cases}$

a) Calculer u_1 et u_2 en déduire que u_n ni arithmétique ni géométrique

b) Montrer que pour tout entier naturel n on a $0 < u_n \leq 2$

2) Soit la suite v_n définie par $v_n = {u_n}^2 - 4$

   a) Montrer que la suite v_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme

   b) Exprimer v_n en fonction de n

3) a) Exprimer ${u_{n+1}}^2 - {u_n}^2$ en fonction de v_n et en déduire que la suite u_n est croissante

   b) Déduire que la suite u_n est convergente et calculer sa limite

4) a) Montrer que pour tout entier n ; $\frac{1}{u_n+2} \leq \frac{1}{3}$

   b) Montrer que $|u_n - 2| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$ et retrouver la limite de u_n

<u>Exercice n° 3(5pts)</u>

Une usine fabrique en grande série des climatiseurs susceptibles de présenter deux défauts a et b

Une étude statistique de la production conduit aux résultats suivants :

20% des climatiseurs présente le défaut a

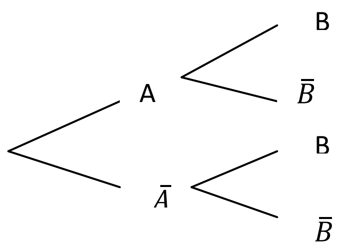
Parmi les climatiseurs présente le défaut a ;10% présente le défaut b

Parmi les climatiseurs ne présentant pas le défaut a 5% présente le défaut b

On prélève au hasard un climatiseur. On désigne par

A: ≪ $le\ climatiseur\ présente\ le\ défaut\ a$ ≫

B: ≪ $le\ climatiseur\ présente\ le\ défaut\ b$ ≫



1) *Copier et Compléter l'arbre pondéré suivant*

2) *a) Quelle est la probabilité que ce climatiseur Présente à la fois les deux défauts*

   b) Quelle est la probabilité que ce climatiseur ne présente aucun défaut

   c) Montrer que la probabilité que ce climatiseur présente le défaut b est $p(B) = 0{,}06$

3) *On prélève au hasard trois climatiseurs. On désigne par X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre des climatiseurs qui présentent le défaut b*

   a) Montrer que $p(X = 1) \simeq 0{,}16$

   b) Déterminer la loi de probabilité de X

   c) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$

Exercice N°4(5pts)

1) Soit une fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=1-\frac{1}{x}+\ln(x)$
a) Calculer $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim_{x\to +\infty} g(x)$
b) Calculer $\lim_{x\to +\infty} \frac{g(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat
c) Montrer que g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que $g'(x)=\frac{1+x}{x^2}$
d) Dresser le tableau de variation de g
2) a) Donner une équation de la tangente (T) à la courbe C_g au point d'abscisse 1
b) Tracer C_g et la tangente (T) dans un repéré orthonormé
3) a) vérifier que la fonction G définie par $G(x)=(x-1)\ln(x)$ est une primitive de g sur $]0;+\infty[$
b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ en $(u.a)$ du plan limité par C_g l'axe des abscisses et les droites d'équation : $x=1$ et $x=e$

Bon travail