Lycée Menzel Jemil,

Le 26 Avril 2019 **Devoir de contrôle n°3**

Classe : 4ème Sc 1 , **(en Mathématiques)**

Durée :2 heures **Préparé par : Mme Mestoura Anissa**

Exercice n°1 : (6 pts)

I) On considère l'équation différentielle $(E) : y' - 2y = e^{2x}$

1) montrer que l'équation g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = xe^{2x}$ est une solution de (E)

2) résoudre l'équation différentielle $(E_0) : y' - 2y = 0$

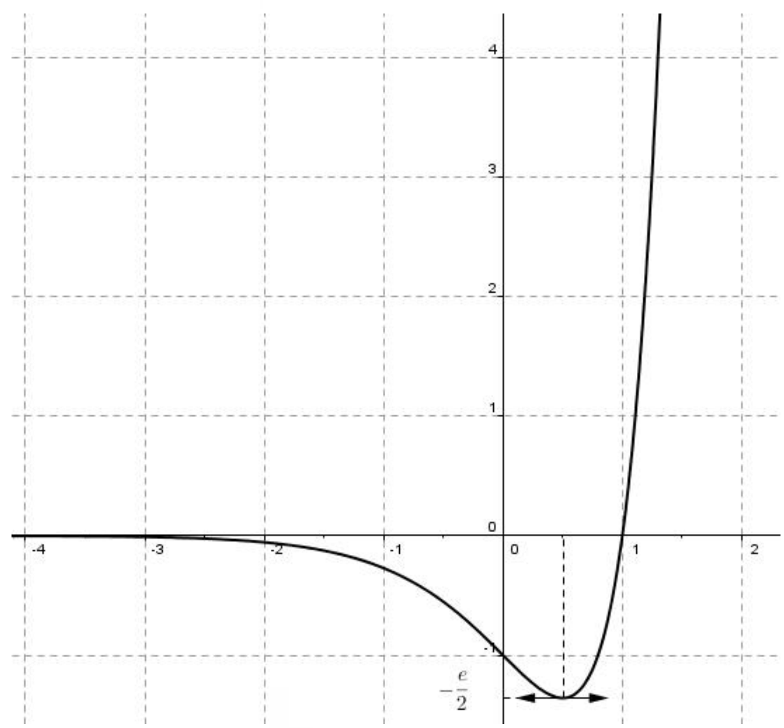
3) montrer qu'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est solution de (E) si et seulement si $f - g$ est solution de (E_0)

4) en déduire toutes les solutions de l'équation (E)

5) déterminer la fonction solution de (E) qui prend la valeur 0 en 1

II) Dans le repère ci-contre , on a tracé la courbe ζ_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$

- l'axe des abscisses est une asymptote à ζ_f au voisinage de $-\infty$
- ζ_f admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées en $+\infty$
- ζ_f admet une unique tangente horizontale au point d'abscisse $\frac{1}{2}$



1) répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique :

a) $f(1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) déterminer le signe de f et celui de sa fonction dérivée f'

2) on donne $f(x) = (x-1)e^{2x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$,

a) montrer que $2f(x) = f'(x) - e^{2x}$

b) soit $\lambda < 0$, $A(\lambda)$ désigne l'aire de la partie du plan limitée par ζ_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = \lambda$ et $x = 0$, calculer $A(\lambda)$ en fonction de λ .

c) calculer $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$

Exercice n°2 : (8 pts)

I) On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x - 1$

1) dresser le tableau de variations de g

2) en déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout réel x

II) soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+2)e^{-x} + x - 2$ et on désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) a) calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

b) montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, interpréter graphiquement le résultat.

c) montrer que la droite Δ d'équation : $y = x - 2$ est une asymptote oblique à ζ_f au voisinage de $+\infty$

d) étudier la position relative de ζ_f et Δ

2) a) montrer que $f'(x) = e^{-x} g(x)$

b) dresser le tableau de variation de f

3) a) montrer que O est un point d'inflexion à ζ_f

b) tracer Δ et ζ_f dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Exercice n°3 : (6 pts)

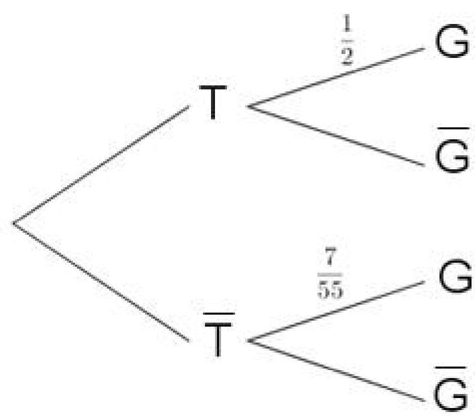
Une urne contient 12 boules : trois blanches , trois noires , trois vertes et trois rouges .On tire simultanément trois boules de l'urne (on suppose l'équiprobabilité des tirages)

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles

1) calculer la probabilité des événements suivants :

A: « obtenir deux boules blanches » et B: « obtenir trois boules blanches »

2) un jeu consiste à tirer simultanément trois boules de cette urne, pour gagner et le joueur n'est pas tricheur il faut tirer au moins deux boules blanches, mais on estime qu'un joueur sur 10 est tricheur et qu'un tricheur gagne avec une probabilité de $\frac{1}{2}$



a) montrer que la probabilité que le joueur gagne sachant qu'il n'est pas tricheur est égale à $\frac{7}{55}$

b) compléter l'arbre de probabilité suivante :

c) calculer la probabilité qu'un joueur pris au hasard soit non tricheur **et** gagne

d) montrer que $P(G) = \frac{181}{1100}$

e) calculer la probabilité qu'un joueur qui a gagné soit un tricheur

Bon Travail