Série
PROBABILITES

Exercice 1

Un industriel fabrique des tablettes de chocolat .Pour promouvoir la vente de ces tablettes. Il décide d'offrir des places de cinéma dans la moitié des tablettes mises en vente

Parmi les tablettes gagnantes ,60% permettent de gagner exactement une place au cinéma et 40% exactement deux places au cinéma

1) Un client achète une tablette de chocolat
   On considère les évènements suivants :
   G « Le client achète une tablette gagnante »
   U « Le client gagne exactement une place au cinéma »
   D « Le client gagne exactement deux places au cinéma »
   a) Traduire l'énoncé par un arbre pondéré
   b) Donner $p(G)$, $p(U/G)$ et $p(D/G)$
   c) Déterminer la probabilité de gagner exactement une place de cinéma
2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de places de cinéma gagné
   a) Déterminer la loi de probabilité de X
   b) Calculer l'espérance mathématique de X
3) Un client achète deux jours de suite une tablette de chocolat. Les deux achats sont indépendants
   a) Déterminer la probabilité qu'il ne gagne aucune place de cinéma
   b) Déterminer la probabilité qu'il gagne au moins une place de cinéma
   c) Déterminer la probabilité qu'il gagne exactement deux places de cinéma

Exercice 2

X désigne un réel choisi au hasard dans l'intervalle [10,20]

1) Quelle est la densité de probabilité de X ?
2) Quelle est la probabilité de l'évènement(X>15) ?
3) On répète trois fois la même épreuve de façon indépendante .Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois un réel compris entre 15 et 16 ?

Exercice 3

Dans un aéroport, la durée d'attente X mesurée en minutes pour l'enregistrement des bagages suit une loi exponentielle de paramètre $\frac{1}{10}$

1) Quelle est la densité de probabilité de X ?
2) Quelle est la probabilité d'attente au plus 30 minutes ?
3) Quelle est la probabilité que l'attente dépasse une heure ?
4) Sachant qu'on a attendu 15 minutes ,quelle est la probabilité que l'attente soit encore d'au moins 15 minutes
5) Déterminer x pour que $p(X<x)>\frac{1}{2}$

Exercice 4

1) Un joueur lance deux dés dont les faces sont numérotés de 1 à 6.On suppose que les deux dés sont non-truqués. Le joueur suit les règles suivantes :
   ■ Si les deux dés donnent le même numéro alors le joueur perd 10 points.
   ■ Si les deux dés donnent deux numéros de parités différentes (l'un est pair et l'autre impair) alors il perd 5 points
   ■ Dans les autres cas il gagne 15 points
   Le joueur joue une partie et on note X la variable aléatoire correspond au nombre de points obtenus
   a) Déterminer la loi de probabilité de X puis calculer l'espérance de X
   b) représenter graphiquement la fonction de répartition de X
2) Le joueur effectue 10 parties de suites .les résultats des parties sont indépendants les uns des autres. On appelle alors Y la

variable aléatoire égale au nombre de fois que le joueur gagne 15 points

a) Pourquoi Y suit une loi binomiale .Quelles sont les paramètres de Y ?

b) Quelle est la probabilité que le joueur gagne au moins une fois 15 points ?

c) Combien de fois le joueur peut espérer gagner 15 points

3) Le joueur joue n parties de suite

a) Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins une fois 15 points ?

b) A partir de quelle valeur de n sa probabilité de gagner au moins une fois 15 points est strictement supérieur à 0,9999 ?

Exercice 5

La durée de vie d'un robot exprimé en années, jusqu'à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.

Ainsi, la probabilité qu'un robot tombe en panne avant l'instant t est égale à $p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$

1) Déterminer λ arrondi à 10^{-1} près, pour que la probabilité $p(X>6)$ soit égale à 0,3.Pour la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0,2$
2) A quel instant, à un mois près, la probabilité qu'un robot tombe en panne pour la première fois est-elle de 0,5 ?
3) Montrer que la probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années est $e^{-0,4}$
4) Sachant qu'un robot n'a pas eu de panne au cours des deux premières années ,quelle est à 10^{-2} près ,la probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de six ans ?
5) On considère un lot de dix robots fonctionnant de manière indépendante. Déterminer la probabilité que, dans ce lot il y ait au moins un robot qui n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.