

Lycée : Echebbi Tadhama	Devoir de synthèse N° 2	Prof : M <sup>me</sup> MNIF - M <sup>r</sup> SAIDANI - M <sup>r</sup> OUERGHI
Année scolaire : 2018/2019		Epreuve : MATHEMATIQUES
Classes: 4 Eco 1; 2 ; 3 & 4		Durée : 120min

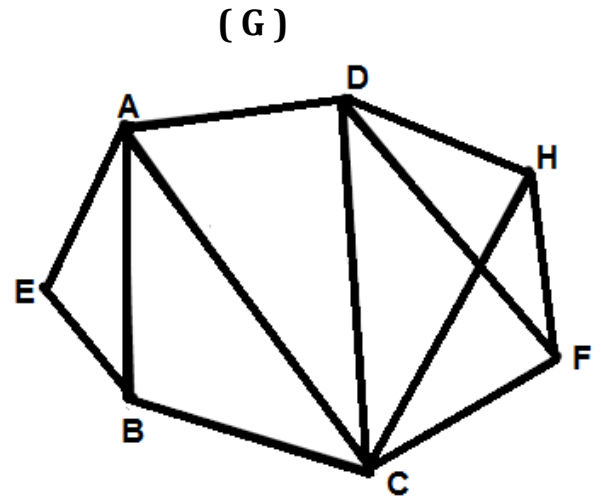
### EXERCICE N°1 (5points)

L'objet de l'étude est le réseau des égouts d'une ville .

Ce réseau est modélisé par le graphe ( G ) ci-contre :

Les sommets représente les stations

Les arêtes sont les canalisations



#### Partie (A)

1°) Déterminer le degré de chaque sommet .

2°) Ce graphe est-il connexe ? justifier ?

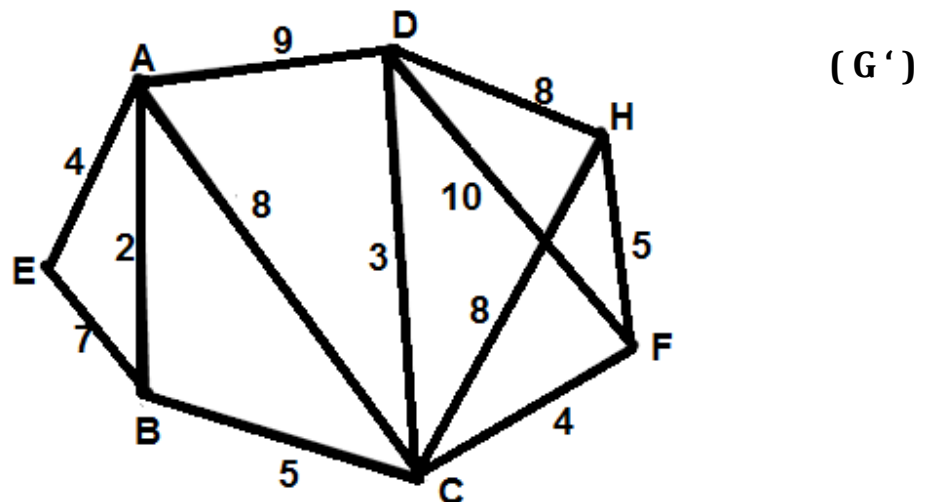
3°) a) le graphe ( G ) admet-il un cycle eulérien ? justifier ?

b) le graphe ( G ) admet-il une chaîne eulérien ? justifier ?

4°) Donner la matrice M associé à ce graphe ( G ) en écrivant les sommets dans l'ordre alphabétique .

#### Partie (B)

Le graphe pondéré ( G ' ) ci-contre donne , en minute , et les durée des trajets existant entre les différentes stations des égouts



1°) Donner le nombre chromatique du graphe ( G ' )

2°) Déterminer le trajet le plus court du sommet A au sommet C

### **EXERCICE N°2 (3points)**

La matrice  $M$  ci-contre est associée à un graphe de sommets  $A, B, C, D$  et  $E$  dans l'ordre alphabétique

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1°) Ce graphe est-il orienté ? Justifier
- 2°) Construire le graphe associé à cette matrice
- 3°) Existe-il une chaîne eulérienne ? un cycle eulérien ? justifier votre réponse

### **EXERCICE N°3 (4points)**

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de personnes âgées de plus de 85 ans en Tunisie de 1950 à 1990 .  $(x_i)$  représente le rang de l'année et  $(y_i)$  représente le nombre de personnes

Année	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
$x_i$	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$y_i$	200	232	291	361	422	496	565	684	874

- 1°) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage des points associés à la série  $(x, y)$
- 2°) a) Calculer la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart type  $\sigma_x$  de la variable  $x$   
b) Calculer la moyenne  $\bar{y}$  et l'écart type  $\sigma_y$  de la variable  $y$   
c) Placer le point moyen  $G(\bar{x}, \bar{y})$
- 3°) Déterminer le coefficient de corrélation  $r$  de cette série
- 4°) a) Déterminer l'équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$   
b) Donner une estimation du nombre de personnes âgées en 2020

### EXERCICE N°4 (8points)

1°) Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :

$$f(x) = \begin{cases} -1 + 2x - x \ln x & \text{si } x \in ]0, +\infty[ \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- Interpréter géométriquement le résultat
- Montrer que la fonction  $f$  est continue en 0
- Etudier la dérivabilité à droite de la fonction  $f$  en 0

2°) a) Etudier la dérivabilité de la fonction  $f$  sur  $]0, +\infty[$

b) Montrer que  $f'(x) = 1 - \ln x$

c) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$

d) Ecrire une équation de la tangente à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $x = 1$

e) construire la tangente à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $x = 1$  et la courbe de  $f$

3°) Une entreprise industrielle produit chaque jour  $x$  centaine d'objet ( $1 \leq x \leq 5$ )

On suppose que son bénéfice  $B$  exprimé en milliers de dinars est une fonction de  $x$  définie sur  $[1, 5]$  par  $B(x) = f(x)$

Déterminer le nombre d'objets à fabriquer pour que l'usine réalise un bénéfice maximal et donner en dinars ce bénéfice (On donnera les valeurs arrondies à l'unité).