

**Exercice n°1(6pts)**

Soit  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite arithmétique de raison  $r$  et de premier terme  $U_0$  tel que :

$$U_7 = 20 \text{ et } U_2 + U_4 = 24$$

- 1) a) Calculer  $U_3$   
b) Montrer que  $r = 2$  et  $U_0 = 6$   
c) Donner le terme générale de la suite  $U_n$   
d) Trouver l'entier naturel  $p$  tel que  $U_p = 24$
- 2) Soit  $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$   
a) Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$   
b) En déduire  $S_9$
- 3) soit  $V_n = 3 \times 2^{n+1}$  ;  $n \in \mathbb{N}$   
a) Calculer  $V_9$   
b) Montrer que  $V_n$  est une suite géométrique dont on précisera la raison  $q$  et le premier terme  $V_0$   
c) Calculer la somme  $S = 6 + 12 + 24 + \dots + 3072$
- 4) On considère la suite  $W_n = U_n + V_n + 1$  ;  $n \in \mathbb{N}$   
a) Calculer  $W_0$  ;  $W_1$  et  $W_2$   
b) Vérifier que  $W_n$  n'est ni arithmétique ni géométrique.  
c) Calculer la somme  $S' = W_0 + W_1 + W_2 + \dots + W_9$

**Exercice n°2(5pts)**

On donne  $(\zeta)$  un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R = 2cm$  et un point  $I$  tel que  $OI = 1,5cm$ .

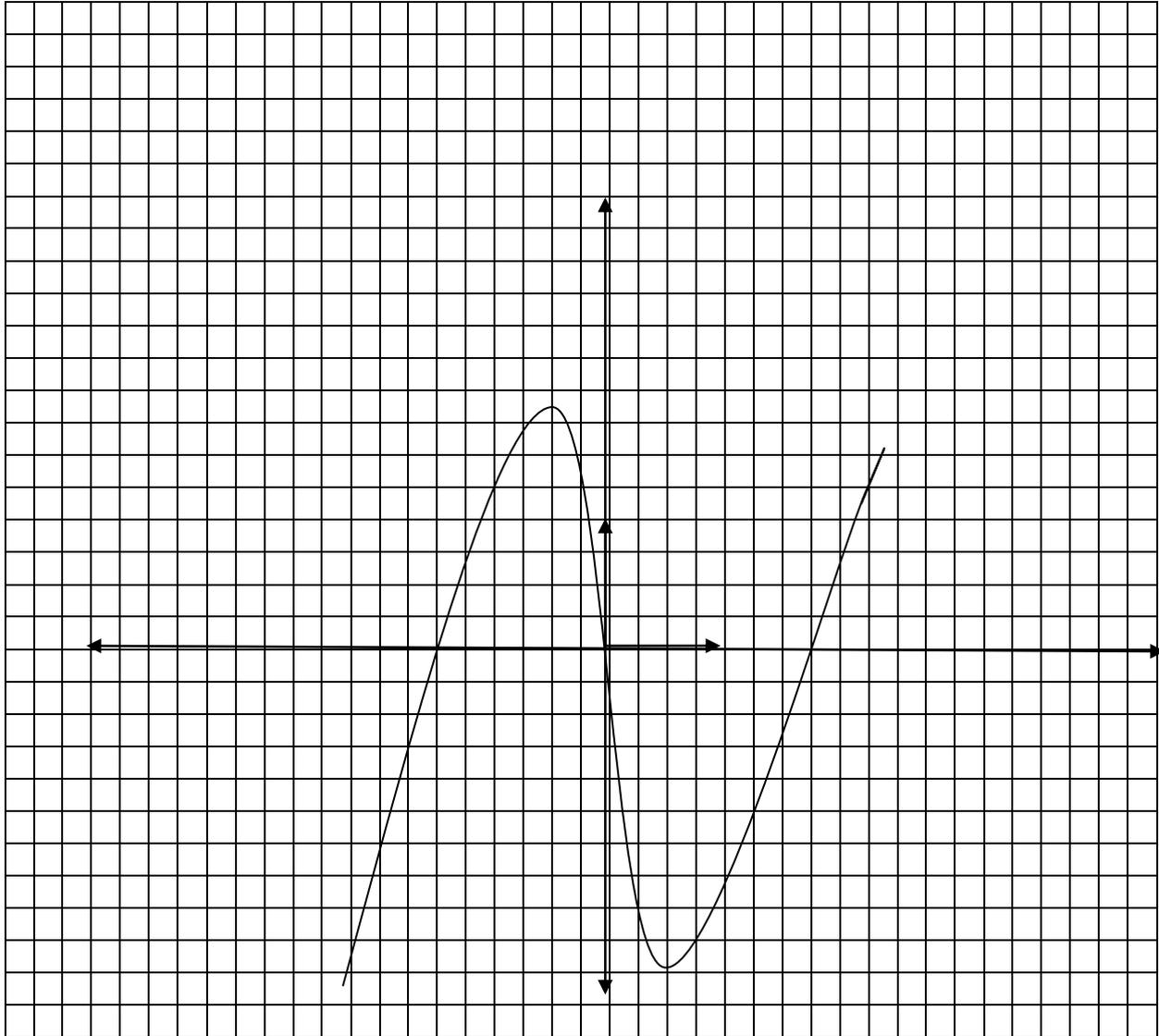
Soit  $h$  l'homothétie de centre  $I$  et de rapport  $\frac{-3}{2}$

- 1) a) Construire le point  $O' = h(O)$   
b) Déterminer et construire le cercle  $(\zeta')$  l'image de  $(\zeta)$  par l'homothétie  $h$
- 2) Les deux cercles  $(\zeta)$  et  $(\zeta')$  se coupent en deux points  $A$  et  $B$   
La droite  $(AI)$  recoupe  $(\zeta)$  en  $E$  et recoupe  $(\zeta')$  en  $F$   
La droite  $(BI)$  recoupe  $(\zeta)$  en  $M$  et recoupe  $(\zeta')$  en  $N$   
a) Déterminer  $h((AI))$  et  $h((BI))$   
b) Recopier et compléter en justifiant :  
 $h(A) = \dots$  ;  $h(B) = \dots$  ;  $h(E) = \dots$  et  $h(M) = \dots$   
c) Montrer que  $(AB) \parallel (FN)$   
d) Montrer que :  $FN = \frac{9}{4} EM$
- 3) La droite  $(AB)$  coupe la droite  $(OO')$  en  $J$  et  $K = F * N$ . Montrer que  $h(J) = K$

### Exercice n°3(5pts)

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$

A partir du graphique, répondre aux questions suivantes :



- 1) a) Quelles sont les images des réels 0 et -1 par  $f$  ?  
b) Quels sont les antécédents de 1,25 par  $f$  ?  
c) Résoudre l'équation  $f(x) = 0$   
d) Etablir le tableau de signe de  $f$
- 2) Décrire le sens de variation de  $f$
- 3) la fonction  $f$  est-elle paire ? impaire ? ou ni paire ni impaire ? Justifier.

### Exercice n°4(4pts)

Soit la fonction  $h$  définie par : 
$$h(x) = \frac{x^2}{|x+1| - |x-1|}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de  $h$
- 2) Calculer  $h(-2)$  et  $h(2)$

3) Montrer que  $h$  est impaire

4) soit  $g(x) = h(x)$  pour  $x \in ]1; +\infty[$

a) Vérifier que  $g(x) = \frac{x^2}{2}$  ;  $x \in ]1; +\infty[$

b) Montrer que  $g$  est croissante sur  $]1; +\infty[$

c) Comparer alors  $h(1,0023)$  et  $h(1,0024)$