

Exercice N°1 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ On considère les points $A(3,0,0)$, $B(0,1,1)$, $C(-1,1,2)$ et $D(3,1,1)$.

1)a/ Calculer les composantes du vecteur $\vec{u} = \overline{AB} \cap \overline{AC}$.

b/ Déduire l'aire du triangle ABC

c/ Montrer que les points A,B,C et D sont non coplanaires.

2)a/ On note V le volume du tétraèdre ABCD. Montrer que : $V = \frac{1}{2}$.

b/ Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC). Calculer DH

3)a/ Calculer la distance du point D à la droite (AC).

b/ On note H' le projeté orthogonal de D sur la droite (AC), montrer que le triangle DHH' est rectangle et en déduire HH'.

Exercice N°2 :

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1) Soit la sphère $\{S = M(x,y,z) ; x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z = 3\}$

Préciser le rayon R et les coordonnées du centre I de la sphère S.

2)a/ Vérifier que $A(-3, 1, 1)$ est un point de S.

b/ Déterminer une équation cartésienne du plan P tangent à S en A.

3/ Soit l'ensemble $Q = \{S = M(x,y,z) ; MA = MI\}$

a/ Montrer que Q est un plan dont on précisera une équation cartésienne.

b/ Montrer que l'intersection du plan Q et de la sphère S est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

d/ Déterminer une équation cartésienne de la sphère S' tangente à P et Q respectivement en A et K.

4) Soit R le plan d'équation $2x+y-2z-6.5=0$

Montrer que l'intersection du plan R et de la sphère S est un cercle dont on précisera le centre et le rayon

Exercice N°3 :

On considère les points $A(1,-1,2)$ et $B(-1,1,-2)$.

1) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .

2) Soit P le plan passant par A perpendiculaire à (AB) et Q le plan d'équation

3) $Q : x - y + 2z + 6 = 0$

4) a/ Donner une équation cartésienne de P .

b/ Vérifier que le plan Q contient B et est parallèle à P .

4) On considère la sphère S tangente en B à Q et dont l'intersection avec P est le cercle de centre A et de rayon $2\sqrt{3}$.

On désigne par $I(a,b,c)$ le centre de S

a/ Montrer que I appartient à la droite (AB)

b/ En déduire que $b = -a$ et $c = 2a$

c/ Montrer que $IB^2 - IA^2 = 12$ et en déduire que $a - b + 2c = 3$

d/ Déterminer les coordonnées de I et donner une équation cartésienne de S.

Exercice N°4 :

On considère les points $A(6,0,0)$, $B(0,6,0)$, $C(0,0,6)$ et $D(-2,-2,-2)$.

1) a/ Montrer que les points A, B, C, ne sont pas alignés .

b/ On note P le plan (ABC) . Déterminer une équation du plan P .

c/ Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P.

d/ Donner une représentation paramétrique de (OD) .

e/ Soit H le projeté orthogonal de O sur P.

Déterminer les coordonnées de H et montrer que H est équidistant des points A, B et C

f/ En déduire que (OD) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC.

2) Soit Q le plan médiateur du segment [CD] .

a/ Donner une équation cartésienne de Q.

b/ Montrer que la droite (OD) coupe Q en un point I dont on déterminera les coordonnées .

3) Soit S la sphère de centre I et de rayon $3\sqrt{3}$

a/ Ecrire une équation cartésienne de S.

b/ vérifier que les points A, B, C et D appartiennent à S .

c/ Déterminer l'intersection de S et P