

EXERCICE N°1 (5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) & \text{si } x > 0 \\ x^3 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

1/ Déterminer le domaine de définition de f .

2/ a/ Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$ on a : $1 - x^2 < f(x) < 1 + x^2$.

b/ En déduire la limite de f à droite en 0 .

c/ Etudier la continuité de f en 0 .

3/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution $\alpha \in]-1; 0[$.

EXERCICE N°2 (5 points)

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

1/ a/ Montrer que la matrice A est inversible .

b/ Calculer la matrice $M = 2I_3 - A$ où $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c/ Calculer $A \times M$ puis en déduire la matrice inverse A^{-1} de A .

2/ Soit le système (S) : $\begin{cases} 2x + 2y + z = 8 \\ -x - y - z = -6 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$

a/ Donner l'écriture matricielle de (S) .

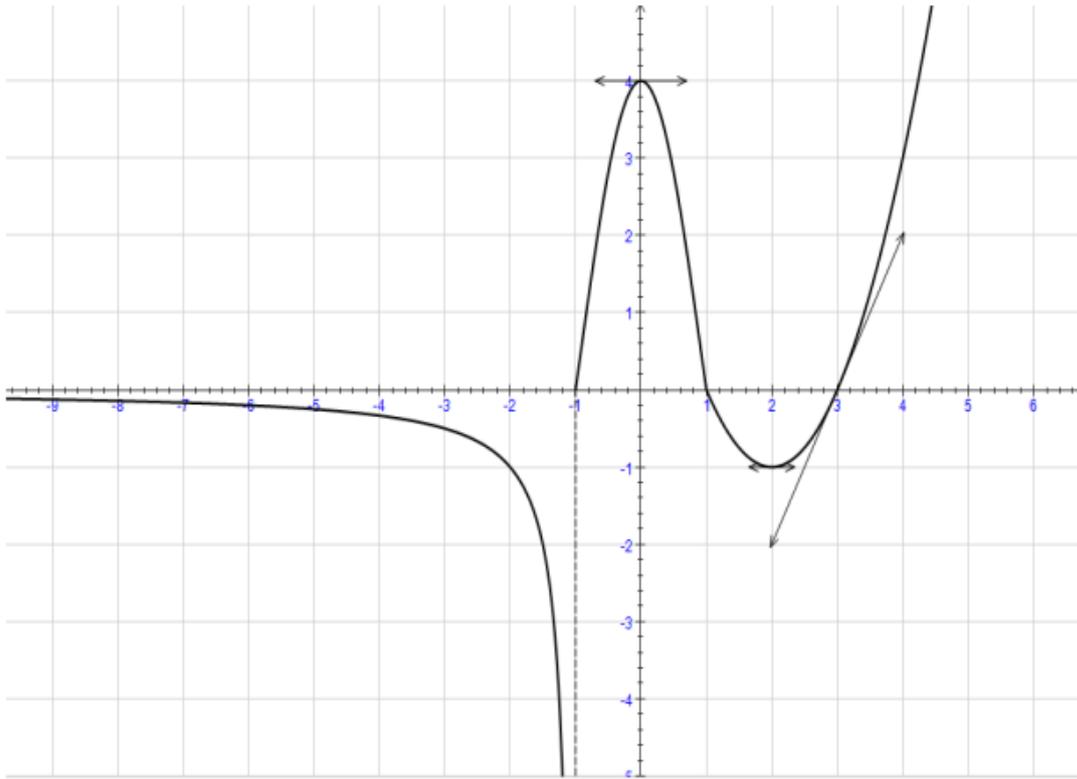
b/ Résoudre le système (S) dans \mathbb{R}^3 .

EXERCICE N°3 (5 points)

On donne dans la figure ci-dessous la courbe d'une fonction f .

Déterminer graphiquement :

$f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $f'(0)$; $f'(2)$ et $f'(3)$.



EXERCICE N°4 (5 points)

Dans une petite ville 20 % des habitants possèdent des ordinateurs .

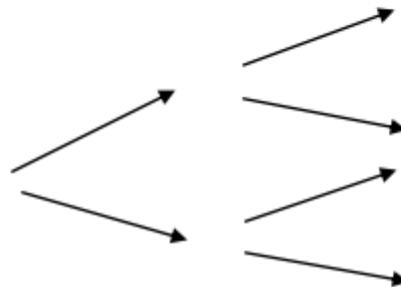
90% des individus ayant des ordinateurs se connectent à internet .

50% des individus n'ayant pas d'ordinateurs utilisent l'internet.

On choisit au hasard un individu de cette ville .On désigne par :

A : « l'individu possède un ordinateur » et B : « l'individu se connecte à internet ».

1) Compléter l'arbre ci-dessous :



2) Calculer : $p(A \cap B)$; $p(B)$ et $p(A / B)$.