Lycée S.C.J Gafsa A /S 2018-2019	DEVOIR DE CONTROLE N°1	Prof: Slimen.Lazher Niveau :$4^{ème}T_2$

Exercice N4(8pts) :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

Soit A, B et C trois points d'affixes $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $Z_B = 2i$ et $Z_C = Z_A + Z_B$

1/a-Ecrire Z_A sous la forme exponentielle.

b-Placer B et construire A

2/a-Montrer que OACB est un losange. Puis placer le point C.

b-Calculer l'aire de OABC.

3/Soit Γ le cercle de centre A et passant par O et D le point d'affixe $Z_D = 2i\sqrt{3}$

a-Montrer que $D \in \Gamma$

b-Placer le point D. Justifier votre réponse.

4/Soit l'application $f: P \to P$

$$M(z) \to M'(z') \text{ tel que } Z' = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)Z$$

a- Déterminer l'affixe du point D' image de D par f

b- Montrer que ODD' est un triangle isocèle.

c- Montrer que C, D et D' sont alignés

d- En déduire une construction du point D'

Exercice N3(7pts)

On considère la fonction f définie sur $[1,+\infty[$ par $f(x) = 1 + \sqrt{x^2 - 1}$ et Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/a-Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b-Montrer que f est dérivable sur $]1,+\infty[$ et calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]1,+\infty[$

c-Dresser le tableau de variation de f.

2/Montrer que $\Delta: y = x + 1$ est une asymptote oblique à Cf au voisinage de $(+\infty)$

3/ Montrer que l'équation $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ admet une unique solution $\alpha \in]1,+\infty[$ et vérifier $1 < \alpha < 2$.

4/Soit la fonction $h(x) = \frac{1}{\cos x}$ et la fonction g définie sur $]0,\frac{\pi}{2}[$ par $g(x) = f(h(x))$

a-Montrer que h est dérivable sur $]0,\frac{\pi}{2}[$ et calculer $h'(x)$ pour tout réel $x \in]0,\frac{\pi}{2}[$

b-Etablir le tableau de variation de la fonction h

c-Montrer que la fonction g est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ et que $g'(x)=\frac{1}{(\cos x)^2}$ pour tout réel $x\in]0,\frac{\pi}{2}[$

Exercice N°3(5pts)

Dans la graphe ci-contre on a tracer la courbe représentative graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.$T$ est la tangente à ξf au point $A(4,1)$.

-La courbe ξf admet exactement deux tangentes horizontale .

- La courbe ξf admet deux branches paraboliques.

1/Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$.

2/ Déterminer $f(]-\infty,0])$ et $f([0,4])$.

3/Calculer $f'(0), f(3)$, $f'_d(1)$ et $\lim\limits_{x\to1^-}\frac{f(x)+2}{x-1}$.

4/Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} fof(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{x^4-1}{1+x^4})$

5/ Déterminer une valeur approché de $f(4{,}001)$à 10^{-2} prés