LS EL AliaDevoir de controle n°1AS : 2018/2019

Prof:Tlich Ahmed **_(3 science 2)_** **_Durée: 2h_**

Exercice n°1: (7 points)

Dans la figure ci-contre on a ABCD un carré et tel que AB = 4.

Le F le point de [CD] tel que $\widehat{CBF} = \frac{\pi}{6}$

Soit le triangle rectangle CDH rectangle en C et tel que $\widehat{CDH} = \frac{\pi}{6}$.

1) Calculer ces produits scalaires : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ et : $\overrightarrow{CF}.\overrightarrow{CB}$

2) a) Calculer $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{BC}$ puis déduire que BF= $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

b) Vérifier que CF =CH= $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

3)a) Vérifier que : $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{DC}.\overrightarrow{CF}$

b) Déduire que les droites (DH) et (BF) sont perpendiculaires.

4) Soit l'ensemble $\zeta = \{$ M$\epsilon Pettelque MA^2 + 3\,MB^2 = 14\}$ et soit G le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,3)

a) Vérifier que AG =3 et BG=1

b) Montrer que : $MA^2 + 3\,MB^2 = 4MG^2 + GA^2 + 3GB^2$

c) Déduire que ζ est un cercle dont précisera le centre et le rayon.

Exercice n°2 :(6 points)

Soit la fonction définie sur [0, +∞[$\setminus \{1\}$ par f(x)= $\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

1)Déterminer l'ensemble de continuité de f.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$.

b) f est-elle prolongeable par continuité en 1 ?

3) Soit la fonction g définie sur [0, +∞[par : $g(x) = \begin{cases} f(x)+1 & si\ x \neq 1 \\ g(1) = \frac{3}{2} \end{cases}$

a) Montrer que g est continue en 1.

b) Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty[: g(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}} + 1$

c) Montrer que g est strictement décroissante sur $[0, +\infty[$.

d) Montrer que g admet un maximum global sur $[0, +\infty[$ que l'on déterminera.

e) Montrer que g est bornée sur $[0, +\infty[$.

Exercice n°3 :(7 points)

Soit la fonction définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1} - (x^2-1) & si\ x \geq 0 \\ \frac{x^3-3x+2}{x^2+1} & si\ x < 0 \end{cases}$

1) a) Calculer f(0).

b) Etudier la continuité de f en 0.

c) Montrer que f est continue sur IR.

3) On suppose que f est strictement décroissante sur $[0, +\infty[$

a) Montrer que l'équation f(x) =0 admet une unique solution $\alpha \in [1,2]$.

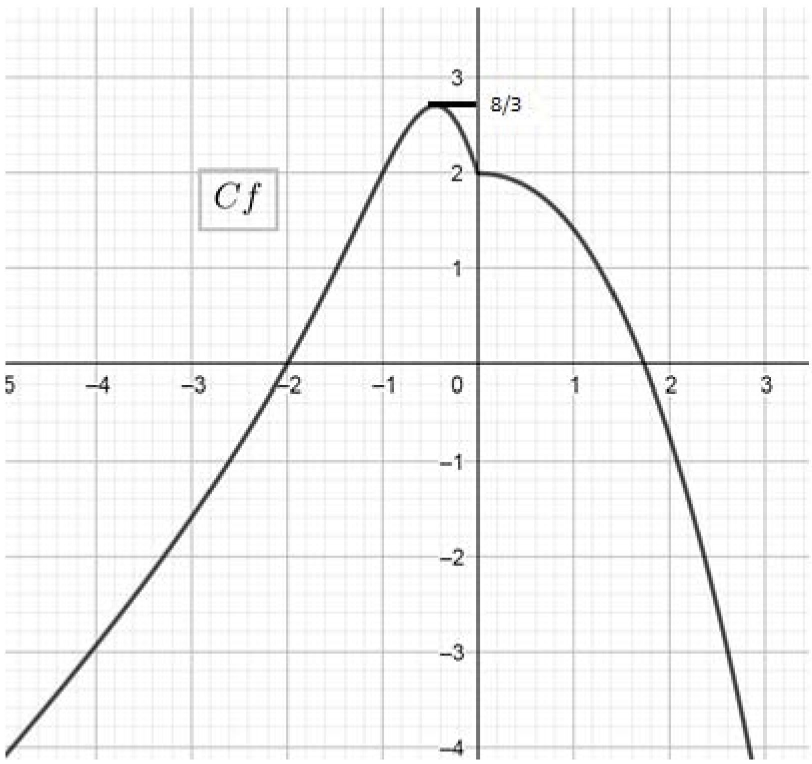
b) vérifier que : 1,7< $\alpha < 1{,}8$.

c) Vérifier que : $\alpha^2 - 1 = \sqrt{\alpha^2+1}$

4)La courbe ci-dessous est celle de la fonction f représenter dans un repère orthonormé.

a) Dresser graphiquement le tableau de signe de f(x).

b) Calculer graphiquement les images par f des intervalles [-2,0] , [0,α] et]-2,α]



Bon travail