

EXERCICE N° 1 (5points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = (x + 1)\sqrt{x - 2}$

- 1) Déterminer le domaine de définition D de f
- 2) Montrer que f est continue sur D
- 3) a- Montrer que f est strictement croissante sur D
b- En déduire que f admet un minimum sur D
- 4) a- Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet au moins une solution α dans $] 2,5 ; 3[$
b- Montrer que $\alpha = \frac{2}{\sqrt{\alpha-1}} - 1$
- 5) Soit la fonction définie par $g(x) = \frac{2}{\sqrt{x-2}} - 1$
 - a- Déterminer le domaine de définition de g
 - b- Montrer que g est bornée sur $[3 , +\infty[$

EXERCICE N° 2(5points)

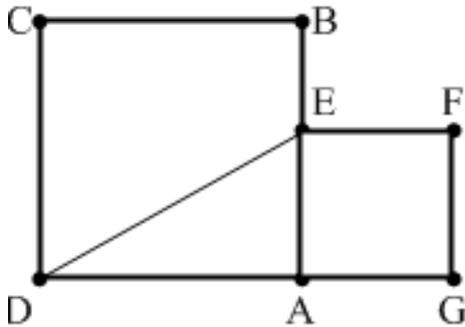
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{ 1 \}$ par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4} - x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2x^3 + x^2 - x - 2}{x-1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- 1) a- Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty, 0]$; $] 0 , 1 [$ et $] 1 , +\infty[$
b- Montrer que f est continue en 0
c- f est elle prolongeable par continuité en 1 ? Justifier
- 2) Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^3 + x^2 - 4$
 - a- Montrer que l'équation $g(x) = -2$ admet une solution α dans $] 0 , 1[$
 - b- Montrer que $f(\alpha) = \frac{\alpha}{1-\alpha}$
 - c- On suppose que α est unique . Donner un encadrement de α à $0, 1$ près

EXERCICE N°3(6points)

ABCD et AEFG sont deux carrés comme l'indique la figure ci contre

On donne $AB = \sqrt{3}$ et E le point du segment [AB] tel que $\widehat{ADE} = \frac{\pi}{6}$



1) Calculer $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DE}$, en déduire DE et montrer que $AE = 1$

2) a- Calculer $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AG}$

b- Montrer que les droites (DE) et (BG) sont perpendiculaires

3) Calculer BE ; BD et \widehat{BDE} puis déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

4) Soit O le milieu de [AC]

a- Montrer que pour tout point M du plan on a $MA^2 + MC^2 = 2MO^2 + \frac{AC^2}{2}$

b- Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MC^2 = 6$

EXERCICE N°3(4points)

Soit ABCD un carré de cote a . I est le milieu de [BC] et J le milieu de [CD]

α une mesure de l'angle IAJ

1) Exprimer $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\cos\alpha$ et de a

2) a- Exprimer \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{AJ} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD}

b- Donner une autre expression de $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ}$

c- Déduire la valeur exacte de $\cos\alpha$

