Lycée Remada Tataouine
Année Scolaire : 2017 – 2018
Date : 23/05/2018

Prof : M^R Hamdi zantour
Classe : 3ème Technique
Durée : 3 heures

Devoir de synthèse N°2

Mathématiques

Exercice 1 (5 points)

Le plan complexe $\mathscr{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. On donne : $A(\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i)$ et $B(-\sqrt{3}+i)$.

1. a) Calculer le module et un argument de z_A et z_B.

   b) En déduire que A et B appartiennent chacun d'eux à un cercle qu'on précisera.

   c) Placer les points A et B dans le repère $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

2. Montrer que l'on a : $\dfrac{z_B}{z_A} = \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}+i\,(\sqrt{2}+\sqrt{6}\,)}{4}$

3. a) Donner la forme trigonométrique et polaire de z_A et z_B.

   b) En déduire que l'on a : $\dfrac{z_B}{z_A} = \left[1\,;\dfrac{7\,\pi}{12}\right]$

   c) Trouver alors les valeurs exactes de $\sin\left(\dfrac{7\,\pi}{12}\right)$ et $\cos\left(\dfrac{7\,\pi}{12}\right)$.

Exercice 2 (3 points)

On dispose d'une urne contenant 3 jetons noirs, 6 jetons rouges et 2 jetons verts tous indiscernables au toucher. L'épreuve du jeu consiste à piocher au hasard successivement et sans remettre à chaque fois le jeton pioché 3 jetons de cette urne.

1. Dénombrer tous les tirages possibles.
2. Dénombrer les tirages contenant trois jetons rouges.
3. Dénombrer les tirages contenant trois jetons qui sont de la même couleur.
4. Dénombrer tous les résultats contenant un tirage tricolore.
5. Dénombrer tous les résultats contenant au moins un jeton rouge.

Exercice 3 (6 points)

1. Combien peut-on former de nombres de quatre chiffres différents en utilisant les chiffres suivants : 9, 6, 3 et 8 ? Donner alors ces nombres.

2. Vingt personnes prennent le départ d'une course. Combien y a-t-il de tiercés possibles ?

3. a) Combien de mots de 3 lettres distinctes peuvent être formés dans un alphabet de 26 lettres ?

   b) Combien de mots de 3 lettres peuvent être formés dans un alphabet de 26 lettres ?
4. Combien existe-t-il de façons différentes de répondre au hasard à un examen de 10 questions du type VRAI ou FAUX ?
5. On lance trois pièces de monnaie et deux dés cubiques tous bien équilibrés. Montrer que le nombres de résultats possibles est égal à 288.
6. Combien peut-on former de mots de deux lettres avec l'alphabet français si l'on veut que la première lettre soit une voyelle et que la deuxième soit une consonne ?
7. Montrer que le cardinal des nombres entiers composés de 3 chiffres vaut 900.

Exercice 4 (3 points)

Dans le plan complexe $\mathscr{P}$ qui est rapporté à un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, on considère les points B et C d'affixes respectives : $z_B = 2+2i\sqrt{3}$ et $z_C = 2-2i\sqrt{3}$

1. Vérifier que B et C appartiennent au cercle de centre O et de rayon 4 puis placer ces points dans le repère $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
2. On considère le point A d'affixe : $z_A = \dfrac{z_B - z_C}{2}$

   a) Calculer z_A puis $|z_A - z_B|$, $|z_A - z_C|$ et $|z_B - z_C|$.

   b) En déduire la nature du triangle ABC.

Exercice 5 (3 points)

On se donne la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{1 + U_n^2} \end{cases}$$

1. Vérifier que la suite U n'est pas une suite géométrique.
2. a) Prouver que, $\forall\, n \in \mathbb{N}^\star$, on a : $U_n \neq 0$.

   b) Soit $n \in \mathbb{N}^\star$, montrer que l'on a :

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \sqrt{1 + \frac{1}{U_n^2}}$$

   c) En déduire le sens de variation de la suite (U_n).