LYCÉE REMADA TATAOUINE | PROF : Mr Hamdi Zantour
ANNÉE SCOLAIRE : 2017 – 2018 | CLASSE : 3ème économie

# SÉRIE D'EXERCICES N°4

# MATHÉMATIQUES

## Exercice 1

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

| Questions | Réponses |
|---|---|
| **1.** Le nombre dérivé à l'origine de la fonction $f$ définie par : $f(x) = \sqrt{1+x^3}$ vaut | ❒ 0<br>❒ 1<br>❒ 2 |
| **2.** Les vingt-quatre maires des vingt-quatre communes de l'île de la Réunion se sont donné rendez-vous lors de l'assemblée générale de l'association des Maires du Département de la Réunion. À cette occasion, chaque maire serre la main de tous les autres maires.<br>Le nombre de poignées de mains échangées est égal à | ❒ 552<br>❒ 1104<br>❒ 276 |
| **3.** Soit $g$ la fonction définie par : $g(x) = x\,\lvert x\rvert\,\sqrt{1-x+x^2}$ alors | ❒ $g'(0) = 1$<br>❒ $g'(0) = 0$<br>❒ $g'(0) = 2$ |
| **4.** Le nombre d'arêtes d'un graphe complet d'ordre 50 est égal à | ❒ 2450<br>❒ 225<br>❒ 1225 |

## Exercice 2

Dans un groupe de vingt enfants, est-il possible que sept d'entre eux aient chacun exactement trois amis, neuf d'entre eux en aient exactement quatre, et quatre d'entre eux en aient exactement cinq ?

## Exercice 3

Est-il possible de tracer 5 segments sur une feuille de papier de manière à ce que chaque segment en coupe exactement 3 autres ?

## Exercice 4

Considérons 13 téléphones. Est-il possible de les relier par des fils téléphoniques de sorte que chaque appareil soit relié avec exactement 3 autres ?

**Exercice 5**

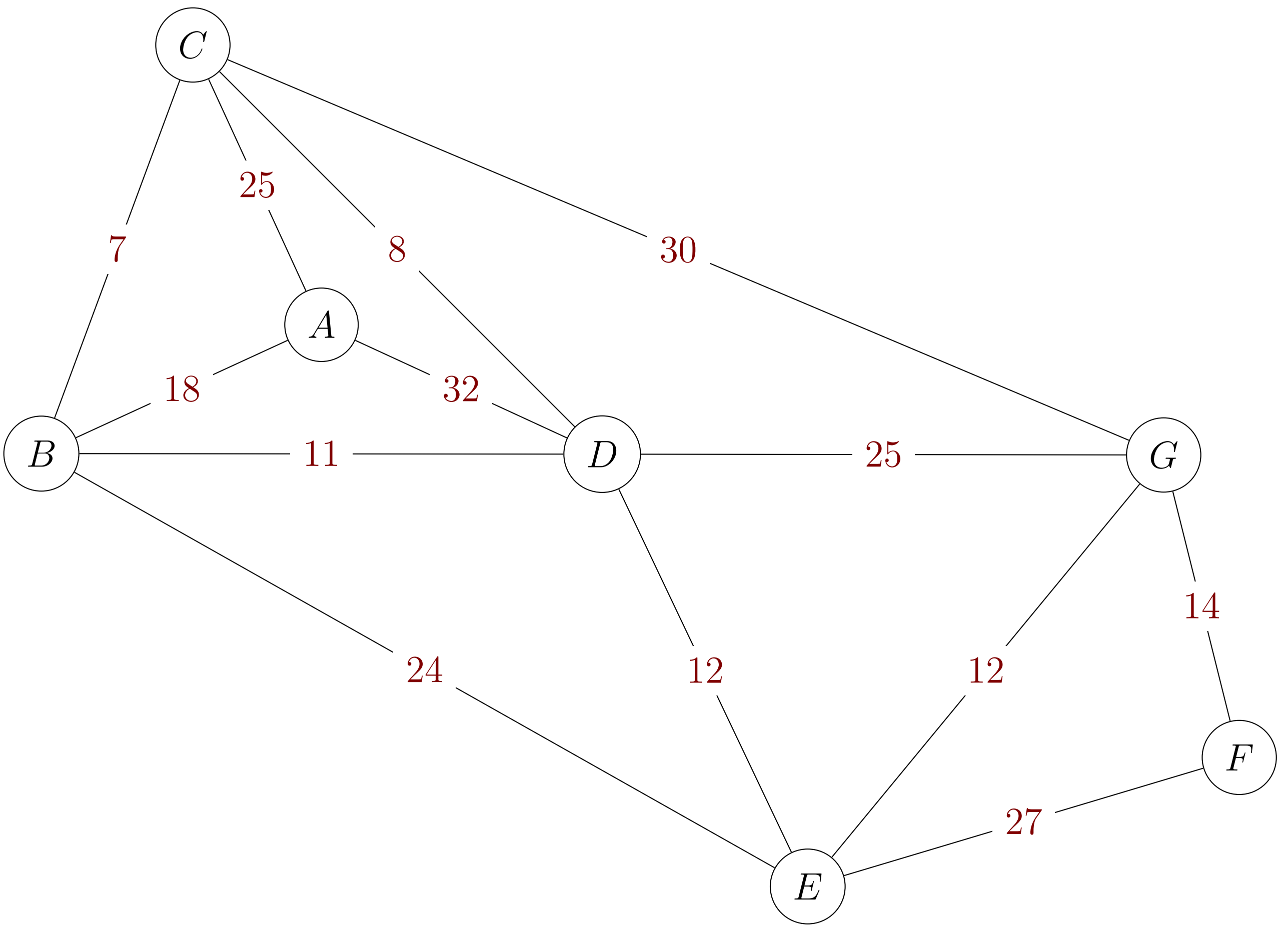
1. Est-il possible de dessiner, dans le plan, 9 segments de telle manière que chacun en coupe exactement 3 autres ?
2. Est-il possible de dessiner, dans le plan, 8 segments de telle manière que chacun en coupe exactement 3 autres ?

**Exercice 6**

Un collège commande neuf produits chimiques ($A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$, $H$ et $I$) afin d'alimenter le laboratoire de sciences. Certains produits ne peuvent être rangés dans la même armoire (accident, émanations gazeuses, ...). Pour des raisons d'économie et de place, le nombre d'armoires doit être le plus petit possible. Sachant qu'on ne peut mettre ensemble $A$, $B$, $D$ et $E$ ; $B$ et $C$ ; $B$ et $F$ ; $D$ et $G$ ; $E$ et $H$ ; $F$, $H$ et $I$, quel est le nombre minimal d'armoires à acheter et quels seront les produits stockés dans la même armoire ?

**Exercice 7**

Dans le graphe ci-dessous, les sept sommets $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ et $G$ correspondent à sept sites touristiques. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une liaison routière entre les deux sites correspondants. Ce graphe est complété par les distances en kilomètres de chaque route (les longueurs des segments ne sont pas proportionnelles aux distances). Une personne souhaite aller du site $A$ au site $F$.



1. Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier la réponse.
2. Pour mieux visualiser sur le graphe les différents sites, on veut les colorier de telle sorte que deux sommets adjacents ne soient pas de la même couleur.
3. a) Donner, en le justifiant, un encadrement du nombre chromatique du graphe.
   b) Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires à coloration de ce graphe ?
4. Est-il possible d'organiser une visite passant au moins une fois par chaque site, tout en empruntant une fois et une seule chaque liaison routière ? Si oui citer un trajet de ce type.
5. En expliquant la méthode utilisée, déterminer le trajet qu'il faut suivre pour que la distance parcourue soit la plus courte possible et donner cette distance.

**Exercice 8** (Organisation d'un examen)

On veut organiser un examen comportant, outre les matières communes, 6 matières d'options : Français ($F$), Anglais ($A$), Mécanique ($M$), Dessin industriel ($D$), Internet ($I$), Sport ($S$) ; les profils des candidats à options multiples sont : $F$, $A$, $M$ $D$, $S$ $I$, $S$ $I$, $M$

1. Quel est le nombre maximum d'épreuves qu'on peut mettre en parallèle ?
2. Une épreuve occupe une demi-journée ; quel est le temps minimal nécessaire pour ces options ?

**Exercice 9**

Une chaîne de cinq magasins décide d'ouvrir ses magasins en nocturne avec les contraintes suivantes : les deux premiers magasins ne peuvent pas être ouverts ensemble ; il en est de même pour les deux derniers ; au plus un seul magasin peut être ouvert parmi les magasins 1, 3, 4. Trouver un état qui maximise le nombre de magasins ouverts en nocturne, tout en respectant les contraintes.

**Exercice 10**

1. Dessiner un graphe $G$ complet d'ordre 5.
2. Dessiner un graphe non connexe d'ordre 4.
3. Dessiner un graphe connexe d'ordre 6 admettant un sous graphe complet d'ordre 4.
4. Quel est le nombre d'arêtes d'un graphe complet d'ordre 40 ?

**Exercice 11**

1. Un graphe $G$ d'ordre 7, à 10 arêtes a six sommets de degré $a$ et un sommet de degré $b$. Que valent $a$ et $b$ ? De plus, si l'on considère que $G$ est simple que vaut $b$ ?

2. Soit $G$ un graphe d'ordre 12, à 14 arêtes dont les sommets sont de degré 2 ou 3. Combien $G$ a-t-il de sommets de degré 2 ?
3. Vous invitez 5 personnes. A chacune vous demandez combien d'invités elle connait. Vous obtenez 5 réponses différentes. Est-ce possible ?
4. Montrer que parmi 6 personnes, il y en a au moins 3 qui se connaissent mutuellement ou au moins 3 qui ne se connaissent pas mutuellement (par mutuellement on entend deux à deux).
5. Montrer que tout graphe non orienté simple d'ordre $n$, $n \geqslant 2$ a au moins deux sommets de même degré.
6. Un graphe non orienté simple d'ordre 4 peut-il avoir trois sommets de degré 3 et un sommet de degré 1 ?
7. Dessiner un graphe non orienté simple dont l'ensemble des degrés des sommets est $\{0, 4, 5\}$.

**Exercice 12**

Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ et $G$. Cela conduit à un graphe $\mathscr{H}$ dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes. Les degrés des sommets de $\mathscr{H}$ sont donnés dans le tableau ci-dessous.

| Sommet | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ | $F$ | $G$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Degré | 3 | 5 | 4 | 4 | 5 | 2 | 3 |

1. Vérifier que le graphe $\mathscr{H}$ possède 13 arêtes.
2. Représenter le graphe $\mathscr{H}$.
3. Quel est l'ordre de $\mathscr{H}$ ? Le graphe $\mathscr{H}$ est-il complet ? Est-il connexe ?
4. Quelle est la nature du sous graphe formé par les sommets $A$, $B$, $C$ et $D$ ?
5. a) Pourquoi est-il impossible pour un voyageur de construire un itinéraire qui utilise chaque liaison aérienne une et une seule fois ?

   b) Montrer qu'il est possible de construire un tel itinéraire en ajoutant une seule liaison qui n'existe pas et que l'on précisera. Donner un exemple d'itinéraire.

**Exercice 13**

Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2}{(1+x)^3}$

1. Montrer que $f'(0) = 0$ puis écrire l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ en 0.
2. Montrer que, pour tout $x \neq -1$, on a : $f'(x) = \dfrac{2x - x^2}{(1+x)^4}$
3. Dresser le tableau de variations de $f$ et préciser ses éventuels extremums.