Devoir de contrôle N°4

Mathématiques

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. La limite à gauche en 5 de la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{8-3x}{\sqrt{(5-x)^3}}$ est égale à	❒ -7 ❒ $-\infty$ ❒ $+\infty$
2. A l'entrée d'un immeuble, un digicode comporte 12 touches principales : les chiffres de 0 à 9 et les lettres A et B. Un code d'accès à cet immeuble est constitué de 4 caractères (une lettre suivie de trois chiffres). Le nombre de codes possibles vaut	❒ 10^4 ❒ 2×10^4 ❒ 2×10^3
3. Soit g la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{-x^3}{(1-x)^3}$ Au voisinage de $-\infty$, la courbe $\mathscr{C}_g$ de g admet comme asymptote la droite d'équation :	❒ $x=1$ ❒ $y=-1$ ❒ $y=1$
4. Le déterminant du système (S) : $\begin{cases} 7x+8y=-8 \\ 7y-5x=6 \end{cases}$ est égal à	❒ -91 ❒ 89 ❒ 9

Exercice 2 (6 points)

On se donne la fonction f définie par : $f(x)=1+x+\sqrt{1+x^2}$

On désigne par $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que f est définie et continue sur tout $\mathbb{R}$.
2. a/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

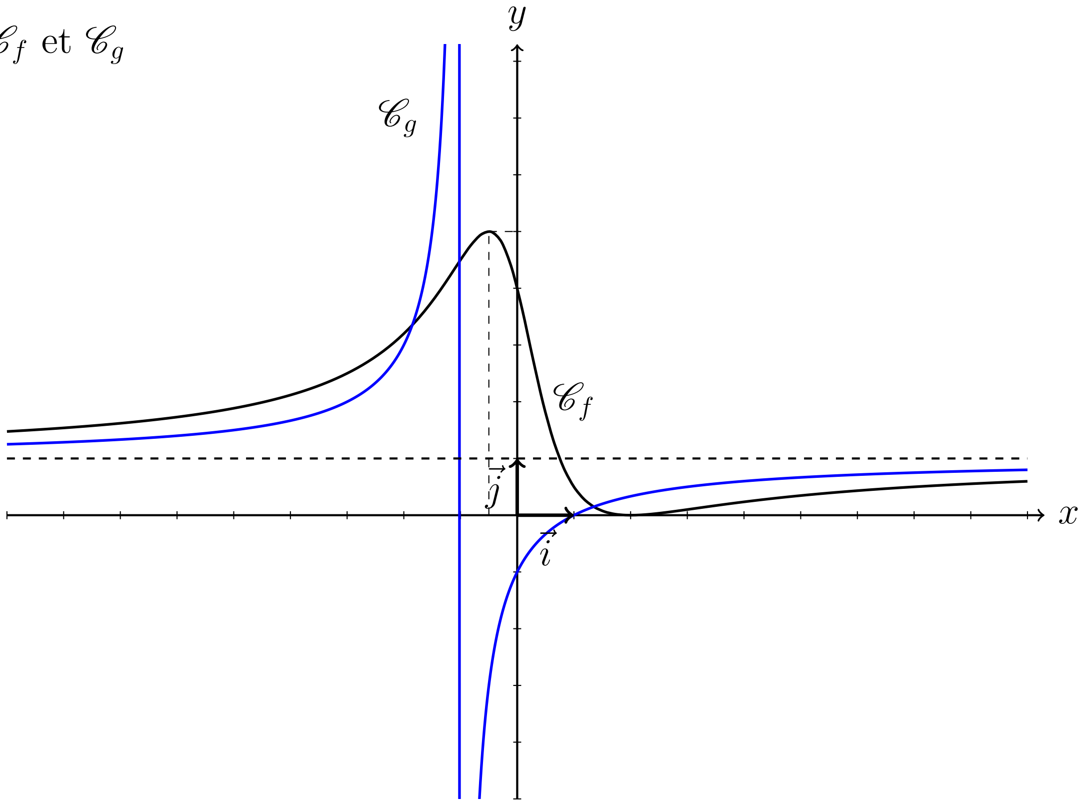
   b/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-1-2x]$ puis interpréter ce résultat.
3. a/ Soit $x<0$, montrer que l'on a : $f(x)=1+\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}$

b/ En déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ puis interpréter ce résultat.

4. Construire $\mathscr{C}_f$ ainsi que ses asymptotes.

Exercice 3 (5 points)

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormée, les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives de deux fonctions f et g définies respectivement sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$. On sait que : la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote commune aux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$



1. Donner $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$, $f(2)$, $f(0)$ et $g(0)$.
2. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to (-1)^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to (-1)^-} g(x)$.
3. Etudier la continuité des fonctions f et g.
4. Quel est le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$? Préciser la valeur pour laquelle il est atteint.
5. Donner le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = g(x)$.
6. Etudier les variations des fonctions f et g.

Exercice 4 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2; 2\}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 6}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$

1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ puis interpréter ce résultat graphiquement.
2. Factoriser le trinôme : $2x^2 - 7x + 6$
3. a/ Montrer que l'on a : $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x+2)(x-2)^2$

   b/ Etudier la limite de f en 2.
4. Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{f(x) - f(0)}$