

DEVOIR DE CONTRÔLE N°1

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (5 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. Pour un angle donné , combien existe-t-il de mesure principale ?	<input type="checkbox"/> une infinité <input type="checkbox"/> une seule <input type="checkbox"/> deux
2. \vec{v} et \vec{w} sont deux vecteurs non nuls, si $(\widehat{\vec{v}, \vec{w}}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, alors $(\widehat{-\vec{v}, \vec{w}})$ est égal à	<input type="checkbox"/> $-\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ <input type="checkbox"/> $-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ <input type="checkbox"/> $\frac{\pi}{3} + 2k\pi$
3. La fonction $f : x \mapsto \frac{x-3}{3x}$ est définie sur	<input type="checkbox"/> $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ <input type="checkbox"/> \mathbb{R}^* <input type="checkbox"/> \mathbb{R}
4. La fonction g définie par : $g(x) = x + 2$ admet	<input type="checkbox"/> un maximum absolu <input type="checkbox"/> un minimum absolu <input type="checkbox"/> un centre de symétrie
5. La limite, en $-\infty$, de la fonction h définie par : $h(x) = \frac{1}{x^5}$ est égale à	<input type="checkbox"/> $-\infty$ <input type="checkbox"/> $+\infty$ <input type="checkbox"/> 0

Exercice 2 (6 points)

Soit la fonction f définie sur par : $f(x) = 4x^2 - 8x + 5$

\mathcal{C}_f désigne la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- Déterminer D_f l'ensemble de définition de f .
- a/ Montrer que, pour tous réels distincts x et y , on a :

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = 4x + 4y - 8$$

- b/ Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $[1, +\infty[$ et $] - \infty, 1]$.
- a/ Montrer que 1 est un minimum absolue de f en 1.
b/ Dresser le tableau de variation de f .
- Tracer \mathcal{C}_f puis résoudre graphiquement : $f(x) = 5$ et $f(x) < 1$.

Exercice 3 (4 points)

Soient A, B, C, D et E des points du plan tels que :

$$\begin{aligned} (\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}}) &= -\frac{4\pi}{5} + 2k\pi, (\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}}) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ et} \\ (\widehat{\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}}) &= \frac{2\pi}{15} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

- Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}})$.
- En déduire que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Exercice 4 (5 points)

I/ Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 6}{x^3 + 3}$

II/ Soit la fonction g définie par : $g(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{2x-4}$

- Déterminer D_g l'ensemble de définition de g .
- a/ Soit x un élément de D_g , montrer qu'on a :

$$g(x) = \sqrt{x} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} - \sqrt{2 - \frac{4}{x}} \right)$$

b/ En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{\sqrt{x}}$

3. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$