

Exercice N°1 : 09 pts

Soit ABC un triangle équilatéral direct de coté $\alpha > 0$. Soit D le point défini par : $2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

1°) Montrer que : $\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

2°) a) Déterminer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ en fonction de α

b) Montrer que (AB) parallèle à (DC) et que $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$. construire alors le point D.

3°) Calculer les distances CD ; BD ; et AD en fonction de α .

4°) Soit $f(M) = 2AM^2 - 2BM^2 - MC$.

a) Vérifier que $f(C) = 0$

b) Montrer que $f(M) = 4\alpha^2 - MD^2$.

c) Déterminer puis construire l'ensemble F des points M qui vérifie $f(M) = 0$.

5°) Déterminer puis construire l'ensemble $G = \{ M \in \mathcal{P} \text{ tel que : } 2\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{DB} = 0 \}$.

6°) Soit I le point d'intersection de F et G autre que C. Montrer que le triangle CDI est équilatéral.

Exercice N°2 : 07 pts

1°) Montrer que la fonction g définie sur IR par : $g(x) = x^3$ est croissante sur IR.

2°) Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = x^3 + x - 1$.

a) Etudier le sens de variation de f sur IR.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet un unique solution α dans l'intervalle]0 ; 1[.

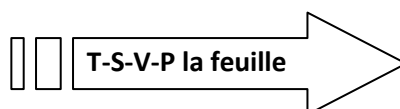
c) Montrer que $\alpha = \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$.

3°) Soit la fonction h définie par : $h(x) = \frac{-5x+1}{2x^2+x+1}$.

a) Déterminer le domaine de continuité de h

b) Montrer que h est minorée par (-1) et majorée par 4.

c) (-1) est-il un minimum de h ? 4 est-il un maximum de h ? justifier votre réponse.



Exercice N°3 :04 pts

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

1°) Etudier la parité de f sur son domaine de définition.

2°) soit a et b deux réels positifs tels que $a < b$

- a) Montrer que $f(b) - f(a)$ a le même signe que $1 - ab$
- b) En déduire le sens de variation de f sur $[0 ; 1]$ et $[1 ; +\infty[$.
- c) Déterminer la valeur maximale de f sur $[0 ; +\infty[$
- d) En déduire la valeur minimale de f sur $]-\infty ; 0]$.

BON TRAVAIL