

<i>Lycée Ibn Charaf Ennadhour</i>	<i>DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1</i>	<i>Prof :BOUZID.M</i>
<i>Le 25/01/2018</i>	<i>Epreuve : MATHÉMATIQUES</i>	<i>Classe : 3Tech₁₋₂ Durée : 2h</i>

EXERCICE N°1 (QCM) (04pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses proposées est exacte

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

1/ Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs du plan tel que $\|\vec{u}\| = 8$ et $\vec{u} = 4\vec{v}$ alors $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est égal à :

- a) 16 b) -16 c) 32

2/ Soient \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} trois vecteurs non nuls du plan tel que : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{w}$ alors

- a) $\vec{u} = \vec{w}$ b) $(\vec{u} - \vec{w})$ et \vec{v} sont colinéaires c) $(\vec{u} - \vec{w})$ et \vec{v} sont orthogonaux

3/ Soit $\Delta = \{M \in P ; \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0\}$ alors Δ est

- a) Une droite passant par A et de vecteur directeur \vec{u}
b) Une droite passant par A et de vecteur normal \vec{u}
c) Un cercle

4/ A) La fonction dérivée de $f(x) = \sqrt{2x+3}$ est

- a) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$
b) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+3}}$
c) $f'(x) = 2\sqrt{2x+3}$

B) La fonction dérivée de $f(x) = \sin^3(4x+5)$ est:

- a) $f'(x) = 3 \cos(4x+5) \sin^2(4x+5)$
b) $f'(x) = 12 \cos(4x+5) \sin^2(4x+5)$
c) $f'(x) = -12 \cos(4x+5) \sin^2(4x+5)$

EXERCICE N°2 (07pts)

I/ Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ et C_f sa courbe représentative dans un repère

Orthonormé $(o ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1/a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$

c) Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point $A(2 ; -1)$

2/a) Déterminer les points de C_f ou les tangentes sont parallèles à $(o ; \vec{i})$

b) Dresser le tableau de variation de f

c) En déduire les extrémums

II/ Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $g(x) = \frac{3x-1}{x-1}$ et C_g sa courbe représentative dans un repère

Orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1/a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$

b) Montrer que g est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et que $g'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$

c) Dresser le tableau de variation de g

d) Déterminer les points de C_g où les tangentes sont parallèles à la droite : $\Delta : y = -2x + 1$

III/ Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x > 0 \\ g(x) & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

a) Montrer que h est continue en 0

b) Etudier la dérivabilité de h en 0

c) Dresser le tableau de variation de h

EXERCICE N°3 (05pts)

I/ Soit $A(x) = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$

a) Déterminer l'ensemble de définition de $A(x)$

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 1$

II/ Résoudre dans $]-\pi; \pi]$

a) $2\cos x + 1 \geq 0$

b) $2\cos(3x + \frac{\pi}{6}) + 1 \geq 0$

c) $2\sin x - 1 \leq 0$

d) $(2\cos x + 1)(2\sin x - 1) \geq 0$

EXERCICE N°4 (04pts)

Les deux parties I/ et II/ sont indépendantes

I/ Soit A et B deux points du plan tel que $AB = 4$ et I le milieu de $[AB]$

1/a) Placer sur la droite (AB) le point H tel que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = 12$

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 12$

2/ Soit l'ensemble $E = \{ M \in P ; MA^2 + MB^2 = 16 \}$

a) Montrer que pour tout $M \in P ; MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 8$

b) Déterminer et construire l'ensemble E

III/ $(o; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé du plan. On donne les points $A(1; 0)$; $B(-5; 8)$; $C(-2; \sqrt{3})$

et $D(\sqrt{3} - 2; \sqrt{3} + 1)$

1/ a) Calculer CA ; CD et : $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$

b) En déduire $\cos(\widehat{ACD})$ et \widehat{ACD}

2/ Déterminer une équation cartésienne du cercle ζ de diamètre $[AB]$

