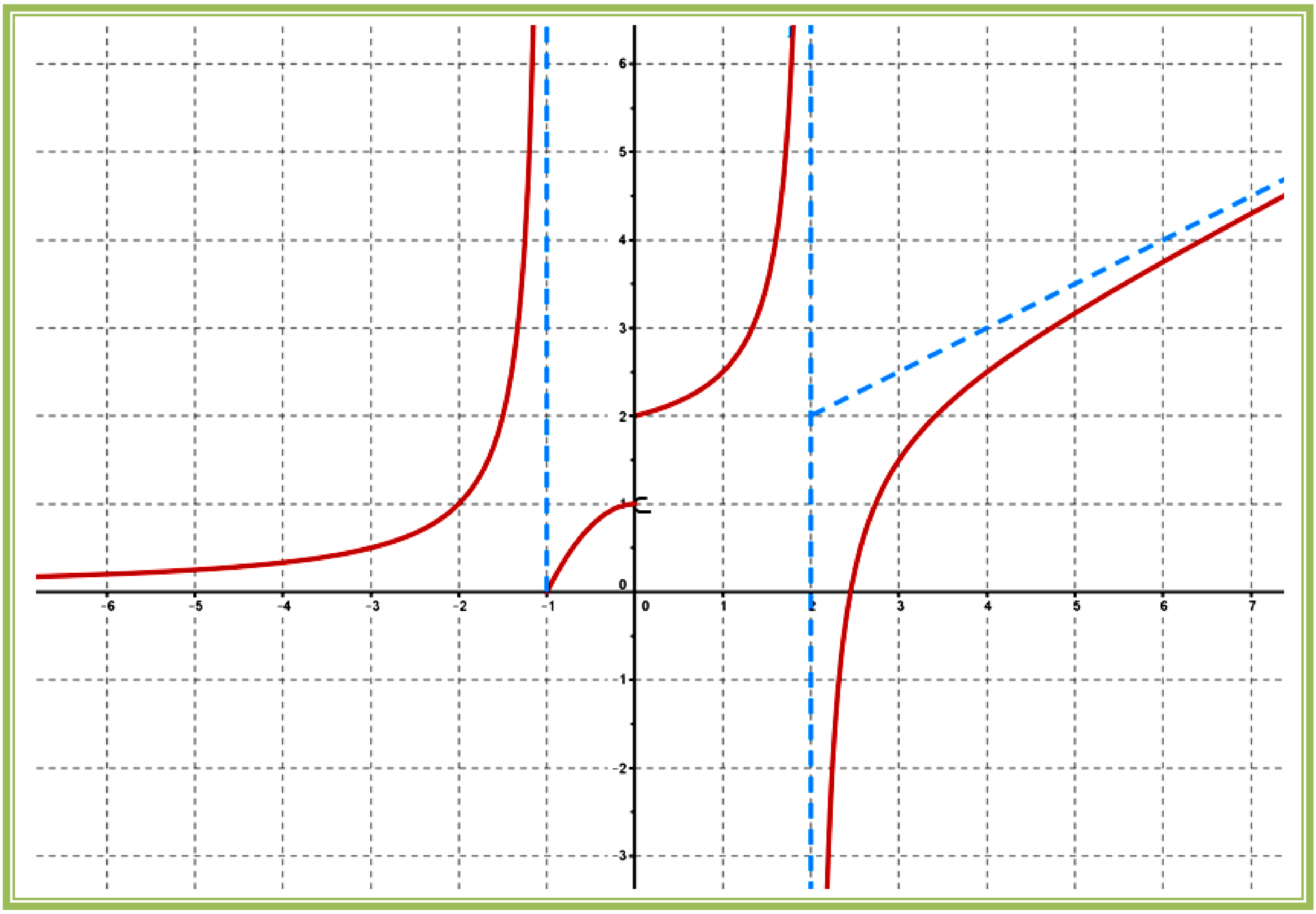
Troisième mathématique
Pro : M ksaier

Devoir de contrôle N° 1

Lycée 2 Mars Korba
14/11/2015

Exercice N°1

Dans la suite la courbe ci-dessous représente une fonction qui admet une asymptote horizontale d'équation $\Delta_1 : y = 0$ et une asymptote oblique d'équation $\Delta_2 : y = \frac{1}{2}x + 1$ et deux asymptotes verticales $D_1 : x = -1$ et $D_2 : x = 2$



1) a) Déterminer le domaine de définition de f

b) Déterminer le domaine de continuité de f

2) a) Déterminer les limites suivantes

$\lim_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{3x-5}{x-f(x)}$; $\lim_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim_{x \to (-1)^-} f(x)$; $\lim_{x \to 2^-} f(x)$; $\lim_{x \to 2^+} f(x)$

b) Déterminer $f(-1)$ et $f(0)$

3) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x) - \frac{1}{2}x$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{5x-1}{f(x)}$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{2x^2+1}}$

4) a) Déterminer l'image des intervalles suivants

$f(]-\infty ; -2])$; $f([-1 ; 1])$; $f([1 ; 3[)$

b) Montrer que : $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [2 ; 3]$

Exercice N°2

Soit a et b deux paramètres réel et f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{(a+3)x^2+3x-2a}{x+2} & si\ \ x < -1 \\ \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + b & si -1 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{4x^2-6x} + bx & si\ x > 2 \end{cases}$

On désigne par ξf la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) Montrer que le domaine de définition de f est IR \{-2}

2) Déterminer les réels a et b pour que f soit continue en (-1) et 2

3) Pour $b = \frac{-3}{2}$ .Montrer que ξf admet une asymptote oblique d'équation $\Delta: y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ au voisinage de $(+\infty)$

4) Pour a = 1. Montrer que ξf admet une asymptote oblique d'équation $\Delta': y = 4\,x - 5$ Au voisinage de $(-\infty)$

Exercice N°3

Soit ξ un cercle de centre O et de rayon a et de diamètre [AB] Soit E un point de la droite D qui est tangente à ξ en A (avec $A \neq E$) et soit D' la tangente à ξ en un point F passant par E

1) a) Montrer que $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OF}.\overrightarrow{OE}$

b) Déduire que (OE) $\perp$ (AF)

2) Soit {H} = (AF) ∩ (OE) et α une mesure de l'angle $\widehat{AOE}$

a) Exprimer $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}$ de deux manier différentes puis déduire OH en fonction de a et α

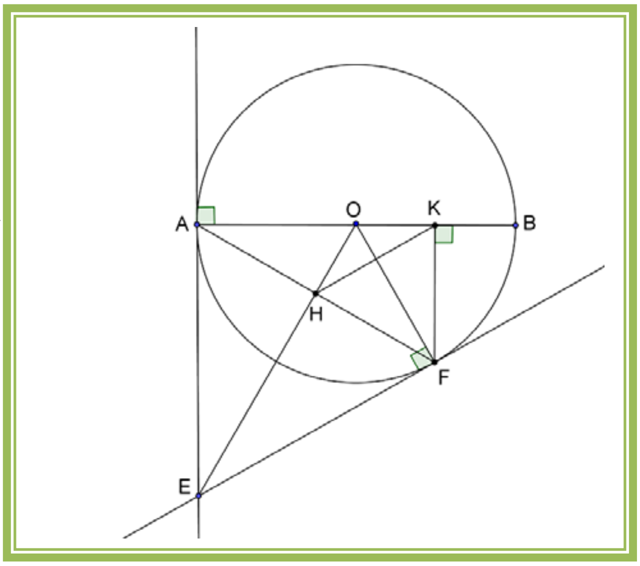
b) Montrer que [OE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOF}$

c) Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{FOB}$ en fonction de α

3) Soit K le projeté orthogonal de F sur (AB)

a) Calculer $\overrightarrow{OF}.\overrightarrow{OK}$ puis déduire OK en fonction de a et α

b) donner une condition nécessaire sur α pour que OK = OH



Dans la suite de l'exercice $\alpha = \frac{\pi}{3}$

4) a) Calculer $\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{OF}$ puis $\overrightarrow{OK}.\overrightarrow{OF}$

b) Déduire (OF) $\perp$ (HK)

5) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OF} = a^2$

b) Déterminer $T = \{M \in P\ tel\ que\ \ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OM} = a^2\}$

c) Déterminer $\psi = \{M \in P\ tel\ que\ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = a^2\}$