

DEVOIR DE CONTROLE N°1 – EPREUVE : MATHÉMATIQUES

SECTION : Sciences Informatiques

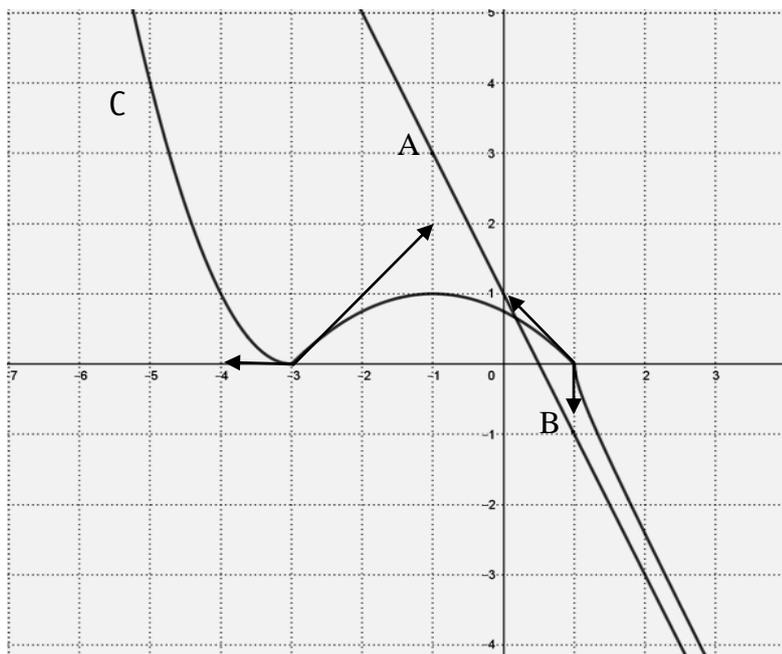
Prof : Housseem chaabane

Lycée Metloui 2017-2018

Exercice n°01 (4 points)

On a représenté ci contre la courbe C d'une fonction f définie sur \mathbb{R} dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- ❖ La courbe C admet une branche infinie parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$
 - ❖ La droite passant par les points $A(-1,3)$ et $B(1,-1)$ est une asymptote oblique à C au voisinage de $+\infty$
 - ❖ Au point d'abscisse -3 la courbe C admet une demi-tangente horizontale et une demi-tangente oblique comme indiqué
 - ❖ Au point d'abscisse 1 la courbe C admet une demi-tangente oblique et une demi-tangente verticale dirigée vers le bas comme indiqué
 - ❖ Au point d'abscisse -1 la courbe C admet une tangente horizontale
- Déterminer graphiquement :



- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ d) $f'(-1)$ e) $f'_g(-3)$
- f) $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{f(x)}{x+3}$ g) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ h) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

Exercice n°02 (6 points)

On considère la fonction suivante $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5} - 1$. C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) a) Justifier la continuité de f sur \mathbb{R} .
b) Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter le résultat graphiquement.
c) Montrer que $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$ puis déduire les variations de f sur \mathbb{R}
- 2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $\alpha \in [2, +\infty[$, vérifier que $\alpha = 2 + \sqrt{3}$.
b) Montrer que $f'(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (On pourra remarquer que $f(\alpha) = 1$).
c) Déduire l'équation de la droite T la tangente à C_f au point d'abscisse α .
- 3) Soit g la restriction de la fonction f sur $[2, +\infty[$ et C_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On admet que g admet une fonction réciproque g^{-1} de $[0, +\infty[$ sur $[2, +\infty[$ et on a tracé dans la feuille annexe la courbe C_g ainsi que la droite $\Delta: y = x - 3$ est une asymptote à C_g au voisinage de $+\infty$.
a) Tracer $C_{g^{-1}}$ la courbe représentative de la fonction g^{-1} ainsi la droite Δ' l'asymptote à $C_{g^{-1}}$ au voisinage de $+\infty$ dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j})

- b) g^{-1} est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifier votre réponse.
- c) Calculer $(g^{-1})'(1)$.
- d) pour $x \in [0, +\infty[$. Expliciter $g^{-1}(x)$.

Exercice n°03 (5points)

Soit la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n+3}{U_n+4} \end{cases}$

- 1) a) Montrer par récurrence que $1 \leq U_n \leq 2$
- b) Montrer que (U_n) est décroissante.
- c) En déduire que (U_n) est convergente vers une limite finie que l'on précisera.
- 2) Soit (V_n) une suite définie sur \mathbb{N} par $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+3}$.
- a) Montrer que $U_n = \frac{1+3V_n}{1-V_n}$.
- b) Montrer que V_n est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$
- c) Exprimer U_n en fonction de n.
- d) Retrouver la limite de U_n

Exercice n°04 (5points)

- I-** 1) Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de -7 par 5.
- 2) En déduire une solution particulière de l'équation $(E) : 7x + 5y = 3$
- 3) Trouver toutes les solutions de l'équation (E) .
- II-** 1) Déterminer suivant les valeurs de n, le reste de la division euclidienne de 2^n par 7.
- 2) Dans le système Binaire un entier A s'écrit sous la forme «111 1» composé de n chiffres tous des 1.
- a) Montrer que $A = 2^n - 1$.
- b) Déduire que A est divisible par 7 si et seulement si $n = 3k, k \in \mathbb{Z}$.
- c) Soit B un entier s'écrit dans le système Binaire comme suit « 111111111011111111111111 » composé de 25 chiffres, quelle est le reste de la division euclidienne de B par 7 ?