

Exercice n°1(3pts)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = -x^2 + 2x$

- 1)Vérifier que $f(x) = -(x-1)^2 + 1$ pour tout réel x.
- 2)Etudier les variations de f sur $] -\infty, 1]$ et sur $[1, +\infty[$.
- 3)Montrer que f admet un maximum sur IR que l'on précisera.

Exercice n°2(8pts)

On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$. Soit C_g sa représentation graphique dans un repère du plan.

- 1)Déterminer D_g l'ensemble de définition de la fonction g.
- 2)Déterminer $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} g(x)$.
- 3)Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 4)Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
- 5)Soit h la fonction définie sur IR par :

$$h(x) = \begin{cases} g(x) - a & \text{si } x \in [1; 2[\\ \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x-2} & \text{si } x \in]2; 3[\\ \frac{x-3}{x^2 - 6x + 9} & \text{si } x \in]3; +\infty[\end{cases}$$

Soit C_h sa représentation graphique dans un repère du plan.

- a)Déterminer le réel a pour que h admette une limite en 2
- b)Calculer $\lim_{x \rightarrow 3^+} h(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.
- c)Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

Exercice n°3(4pts)

Soit EFG un triangle isocèle et rectangle en E tel que

$(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EG}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. On désigne par A le point de [FG] tel que EF=FA

Soit A' et F' tels que EFF' et EAA' Soient deux triangles équilatéraux directs

1) Trouver la mesure principale de chacun des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF})$; $(\overrightarrow{FF'}; \overrightarrow{FA})$; $(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AF'})$ et $(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF'})$

2)a) Trouver une mesure de $(\overrightarrow{AF'}; \overrightarrow{EA'})$.

b) En déduire que $(AF') \perp (EA')$.

Exercice n°4(5pts)

Soit la fonction définie sur IR par $f(x) = \sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3}\sin^2 x - \sin 2x$.

1) Montrer que $f(x) = \sqrt{3}\cos(2x) - \sin(2x) - 1$.

2) Montrer que $f(x+k\pi) = f(x) \forall x \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{Z}$. En déduire $f(\frac{61\pi}{12})$.

3)a) Montrer que $f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Montrer que $f(x) = 4\cos^2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) - 3 \forall x \in \mathbb{R}$.

c) En déduire la valeur de $\cos\frac{\pi}{12}$.

Bon travail