Lycée : Bir Lahmar 2	**Devoir de Synthèse n°1**	Prof : Nemri
Niveau : 4ème Sciences Info	**Mathématiques**	Date : 10/12/2015
Année scolaire		Durée :2 heures

NB :Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation

Exercice N°1 (3 points)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée

1/ Soit n un entier naturel et $A = 1 + 3^{2n}$

Le reste de la division euclidienne de A par 4 est :

a)0 b)1 c)2

2/ L'entier $9^{2010} + 4$ est divisible par :

a)3 b)4 c)5

3/ Soit m un entier tel que $m \equiv 9[10]$ alors :

a) $m^{2011} \equiv 1[10]$ b) $m^{2011} \equiv 9[10]$ c) $m^{2011} \equiv 0[10]$

Exercice N°2(6 points)

Soit f la fonction définie sur [0, +∞ [par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1)a)**Vérifier que pour tout** $x > 0$ on a : $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}+1}$,

En déduire que f est continue à droite en 0

b) Montrer que f est dérivable à droite en 0.

2)a)**Montrer que pour tout** $x > 0$ **on a** : $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}+1}+\dfrac{1}{x}}$

b) Déduire alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **puis interpréter graphiquement le résultat**

3)a)Montrer que f est dérivable sur$]0, +\infty[$ et **que** $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2\sqrt{x^2+1}}$

b) **Dresser le tableau de variation de f sur [0, +∞[**

c)**Montrer que f est une bijection de [0,+∞[sur un intervalle I que l'on précisera**

d) **Calculer $f(1)$, en déduire** $(f^{-1})'(\sqrt{2}-1)$

Voir suite au verso ......

Exercice N°3 (6 points)

1/ a) Ecrire sous forme algébrique $(2+3i)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2+(2-i)z+2-4i=0$

2/On considère le polynôme $P(z)=z^3-(1+i)z^2-(4+i)z-6+12i$

a) Vérifier que 3 est une solution de l'équation $P(z)=0$

b) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que :$P(z)=(z-3)(az^2+bz+c)$

3/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$

4/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, On désigne par A , B et C

les points d'affixes respectives $2i$, $-2-i$ et 3 .

a) Placer les points A , B , C dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle

c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC est un carré.

5/ Déterminer et construire l'ensemble Δ des points d'affixe z tel que $\left|\frac{z-3}{z+2+i}\right|=1$

Exercice N°4 (5 points)

Soit (U_n) la suite réelle définie sur IN par : $\begin{cases} U_0=2 \\ U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+3 \end{cases}$ pour tout $n\in IN$

1) a) Montrer par récurrence que pour tout $n\in IN$ on a : $U_n<6$

b) Montrer que (U_n) est croissante.

c) En déduire que (U_n) est convergente et trouver sa limite l .

2) Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n=U_n-6$

a)Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_0

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c) Retrouver la limite de la suite (U_n)

Bon travail