

Exercice n°1(3pts)

Répondre par vrai ou faux en justifiant ta réponse.

1) Soit f une fonction dérivable sur $]0; +\infty[$

Soit g la fonction définie sur $]\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ par $g(x)=f(\cos x)$. g est dérivable sur $]\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$.

2) Pour tout nombre complexe z et z' si on a $z+z'$ et $z.z'$ sont des réels alors z et z' sont réels.

3) La suite U définie sur \mathbb{N} par $U_n = \frac{n \cos(n\pi)}{n+1}$ est convergente.

Exercice n°2(5pts)

Dans le graphique se l'ANNEXE I on a tracé la courbe (C) d' une fonction

f définie sur $[0; +\infty[$. La droite d'équation $y=0$ est une asymptote à (C) au voisinage de $(+\infty)$. (C) admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1. En utilisant le graphique et les données ci-dessus répondre aux questions suivantes

1)a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ et $f'(1)$.

b) Dresser le tableau de variation de f

2) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1; +\infty[$.

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

b) g^{-1} est-elle dérivable à gauche en 2.

3) Tracer la courbe (C') celle de g^{-1} dans le même repère.

Exercice n°3(8pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x)=\sqrt{9x^2 + 1} + 3x$. Soit (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$.

3) Dresser le tableau de variation de f .

4) a) Montrer que la droite $D : y=6x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $(+\infty)$

b) Montrer que (C_f) est au dessus de D .

c) Tracer (C) et D .

5) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J à préciser .

6) a) Montrer que f^{-1} est dérivable sur J et calculer $(f^{-1})'(1)$.

b) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

7) Soit g la fonction définie sur $\left] \frac{\pi}{2}; \pi \right[$ par $g(x)=f\left(\frac{1}{3} \tan x\right)-\tan x$.

a) Montrer que $g(x)=\frac{-1}{\cos x} \forall x \in \left] \frac{\pi}{2}; \pi \right[$.

b) Dresser le tableau de variation de g .

c) Montrer que g est une bijection de $\left] \frac{\pi}{2}; \pi \right[$ sur $]1, +\infty[$.

d) Montrer que g^{-1} est dérivable sur $]1, +\infty[$ et $(g^{-1})'(x)=-\frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}} \forall x \in]1, +\infty[$.

Exercice n°4(4pts)

1) a) Calculer $(2-3i)^2$.

b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^2 + (2 - i)z + 2 + 2i = 0$.

2) a) Déterminer les racines cubiques de $(-i)$ et $-2+2i$

b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^6 + (2 - i)z^3 + 2 + 2i = 0$.

ANNEXE I

Nom :

Prénom :

N° :

