

EXERCICE 1

Déterminer le domaine de dérivabilité de f ainsi que sa fonction dérivée:

1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$

2) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 + \frac{5}{3}x$

3) $f(x) = 2 + \frac{3}{x}$

4) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{5}$

5) $f(x) = (4x^2 - 7)\left(2 + \frac{5}{x}\right)$

6) $f(x) = x\sqrt{x}$

7) $f(x) = \frac{1}{-8x + 5}$

8) $f(x) = \frac{7}{6 - x}$

EXERCICE 2

Fonction f	Dérivée f'	Intervalle(s)
$f(x) = x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 1$	$f'(x) =$	
$f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{2x^2 - 4}{3x + 4}$	$f'(x) =$	
$f(x) = (3 - 2x^2)\sqrt{x}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{5x - 3}{\sqrt{x}}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sin(1 - 3x)$	$f'(x) =$	
$f(x) = \cos\left(x + \frac{1}{x}\right)$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sqrt{3x^2 + 2x + 5}$	$f'(x) =$	
$f(x) = (8x^2 - 5x + 4)^3$	$f'(x) =$	

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-5}}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{1}{9x^2-1}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{1-\cos x}{3+\sin x}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sin^5 x$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sqrt{\frac{2x}{3-x}}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^5}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sqrt{3+2\sin^2 x}$	$f'(x) =$	

$f(x) = x^6 + 3x^4 - 5x^2 + 3$	$f'(x) =$	
$f(x) = 3x - 5 + \frac{1}{x}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{3x^2-5}{2x+3}$	$f'(x) =$	
$f(x) = (2-3x^2)\sqrt{x}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{3x-7}{\sqrt{x}}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sin(1-2x)$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sin\left(x + \frac{1}{x}\right)$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sqrt{2x^2+3x+4}$	$f'(x) =$	

$f(x) = (6x^2 + 3x + 7)^3$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{5x-3}}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{1}{2x^2 - 1}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{1 - \sin x}{3 + \cos x}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \cos^5 x$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sqrt{\frac{3x}{2-x}}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^6}$	$f'(x) =$	
$f(x) = \sqrt{2 + 3\sin^2 x}$	$f'(x) =$	

EXERCICE 3

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{2(1-x)}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f
- 2) Calculer $f'(x)$
- 3) Dresser le tableau de variations de f

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$.

1. Montrer que la fonction f est définie sur \mathbb{R} .
2. Ecrire f comme la composée de deux fonctions u et v .
3. Calculer $f'(x)$, et prouver que $f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$.
4. En déduire le sens de variation de f .
5. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie par $f(x) = x - \sqrt{x}$.

1/ déterminer le domaine de dérivabilité de f .

2/ calculer s'il existe $f'(1)$.

3/ soit g la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ par $g(x) = f \circ u(x)$ avec $u(x) = \text{tg}x$.

a) étudier la dérivabilité de u en $\frac{\pi}{4}$.

b) En déduire que g est dérivable en $\frac{\pi}{4}$ et calculer $g'(\frac{\pi}{4})$.

EXERCICE 6

soit f la fonction définie sur $[0, \pi]$ par $f(x) = \frac{2}{3} \cos x + \frac{1}{3}$.

1) dresser le tableau de variations de f .

2) montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $[0, \pi]$ une solution unique α .

vérifier que $\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$.

3) soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $0 < U_0 < \alpha$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_{n+1} = f(U_n)$.

a) montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $0 \leq U_n \leq \frac{\pi}{2}$.

b) montrer $|f'(x)| \leq \frac{2}{3}$.

c) montrer que pour tout $x \in [0, \pi]$; $|f(x) - \alpha| \leq \frac{2}{3} |x - \alpha|$.

d) en déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $|U_n - \alpha| \leq (\frac{2}{3})^n |U_0 - \alpha|$.

Trouver alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.