

EXERCICE N° : 01 (05 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte ; indique le numéros de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

1°) soit $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ son inverse est :

a/ $\begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ b/ $\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$ c/ $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$ d/ $\begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$

2°) si A une matrice carrée d'ordre 3 tel que : $A^{100} = I_3$ alors $A^{-1} =$

a/ $\frac{1}{100} A$ b/ A^{99} c/ A^{101}

3°) Un élève affirme que si le produit de deux matrices A x B existe alors leur somme A+B existe

a/ vrai b/ faux

4°) soient A ; B et C trois matrices, tels que $A \times B = C$; si l'ordre de A est 3x2 et l'ordre de C est 3 alors :

a/ B est une matrice d'ordre 3 ; b/ B est une matrice d'ordre 3x2 ; c/ B est une matrice d'ordre 2x3

5°) soit A une matrice tel que $\det(A) = 0$; alors l'équation $Ax = V$ admet :

a/ unique solution b/ 3 solutions c/ une infinité de solutions ou aucune solution

EXERCICE N° : 02 (03 points)

1) calculer les limites suivantes :

a/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 2x^2 + x + 1$

b/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

2) déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$ sachant que : pour tout $x > 0$ on a :

$$1 - \frac{1}{x} \leq f(x) - 1 \leq 1 + \frac{1}{x}$$

EXERCICE N° : 3 (06 points) :

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -2 \\ 5 & 8 & 6 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$

1°) calculer $\det(A)$ et déduire que A est inversible

2°) a/ Déterminer $B = C - 2A$ puis AxB

b/ En déduire A^{-1} la matrice inverse de A

3°) une entreprise fabrique des jouets en bois qui nécessitent pour :

- * un camion : 2 kg de bois et 3 heures de travaille
- * un lapin : 1 kg de bois et 4 heures de travaille
- * un chien : 2 kg de bois et 2 heures de travaille

Cette entreprise veut utiliser pendant une journée exactement 100 kg de bois ; 175 heures de travailles et qu'on fabrique 60 objets au totale

a/ Montrer que la situation se traduit par le système : (S) :
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 100 \\ 3x + 4y + 2z = 175 \\ x + y + z = 60 \end{cases}$$

b/ donner l'écriture matricielle de (S)

c/ déterminer alors le nombre de camions ; de lapins et de chiens fabriqués par cette entreprise

EXERCICE N° : 04 (06 points)

Soit la fonction définie par :
$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) & \text{si } x > 0 \\ x^3 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

1°) déterminer domaine de définition de f

2°) a / montrer que pour tout $x \in]0 ; +\infty[$ on a : $1 - x^2 < f(x) < 1 + x^2$

b/ en déduire la limite à droite en 0

c/ étudier la continuité de f en 0

3°) montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution $\alpha \in] -1 ; 0 [$

4°) calculer : a/ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{1}{x-2}\right)$

b/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{x-1}{x^2+2}\right)$