

Exercice n°1 :

1. On considère les réels $a = \sqrt{28 - 16\sqrt{3}}$ et $b = \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$.

a. Développer $(4 - 2\sqrt{3})^2$.

b. Montrer que : $a - 2b$ est un entier.

2. Soit $x \geq 1$. Simplifier $\sqrt{1+x+2\sqrt{x}} - \sqrt{1+x-2\sqrt{x}}$.

3. Soit $x \in [0, 3]$ et $A = \frac{2x+1}{x+1}$.

Vérifier que $A = 2 - \frac{1}{x+1}$ puis encadrer A pour $x \in [0, 3]$.

Exercice n°2 :

Résoudre dans \mathbb{R} :

1. $\sqrt{7 - \frac{1}{2}x} = 1$.

5. $\left| -2x + \frac{1}{3} \right| \leq 2$.

2. $\left| 5x - \frac{2}{3} \right| = \left| 1 - \frac{1}{4}x \right|$.

6. $|1 + 4x| > 5$.

3. $(x-1)(3x+5) - x^2 + 1 = 0$

4. $\sqrt{3x+8} < 1$.

Exercice n°3 :

Soit ABCD un carré de centre O. On désigne par I, J et E les points définis par :

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{BE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}.$$

1. Faire une figure.

2.

a. Montrer que : $\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{OJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

b. En déduire que les points O, I et J sont alignés.

3.

a. Justifier que la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ est orthonormée.

b. Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{EJ} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

c. En déduire que $(BD) \parallel (EJ)$.

d. Montrer que le quadrilatère OECJ est un losange.