Lycée S.C.J Gafsa A /S 2017-2018	*DEVOIR DE CONTROLE* *N°1*	*Prof :Mr ,Slimen .L* Niveau :$4^{ème}T_2$

Exercice N°1 *(3pts)*

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer la bonne réponse

1) f une fonction continue et strictement décroissante sur $[-2,3]$ tel que $f(-2) = 5$ et $f(3) = 1$; l'équation $f(x) = 0$

a/ n'admet pas de solution dans $[-2,3]$ b/ admet au moins une solution dans $[-2,3]$

c/ infinité de solutions sur $[-2,3]$

2/ soient les fonction f et g définies par $f(x) = x\sin(\frac{1}{x}) - 1$ et $g(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ alors : $\lim\limits_{n\to+\infty} gof(x)$ est égal

a/ $\frac{1}{2}$ b/ 0 c/ $+\infty$

3/Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ et vérifiant : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - 2x = 0$ alors

a/ $\Delta: x = 2$ est une asymptote vertical à ξf b/ $\Delta: y = 2$ une asymptote horizontal à ξf

c/ $\Delta: y = 2x$ est une asymptote oblique à ξf au voisinage de $+\infty$

Exercice N°2 *(6pts)*

Soit f la fonction définie sur par $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2-1} + 3x & si\ x < -1 \\ f(x) = 5x^3 + 2x^2 + x + 1 & si\ -1 \leq x \leq 0 \\ f(x) = 1 + 2.\frac{1-\cos x}{x} & si\ x > 0 \end{cases}$

1/Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2/a-Montrer pour tout réel $x > 0$, on'a $1 \leq f(x) \leq 1 + \frac{4}{x}$.

b-En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3/Montrer que f est continue en 0 et -1.

4/a-Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [-1, 0]$

b-En déduire que $5\alpha^2 + 2\alpha + 1 = \frac{-1}{\alpha}$

5/Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} fof(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)^2-1}{f(x)-1}$.

Exercice N°3 (6pts)

Soit les nombres complexes $a = 1 + i$, $b = 1 + e^{i\theta}$ et $c = 1 - e^{i\theta}$ tel que $\theta\epsilon]0, \pi[$.

1/ Ecrire a, b et c sous forme exponentielle.

2/ Soient les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = a$; $z_B = a.b$ et $z_C = a.c$

a-Montrer que A est le milieu du segment $[BC]$.

b-Ecrire z_B et z_C sous forme exponentielle.

3/ a-Montrer que $\frac{z_{\overrightarrow{OC}}}{z_{\overrightarrow{OB}}} = -i\tan\frac{\theta}{2}$. En déduire que la nature du triangle OBC .

b- Montrer que le triangle OBC est inscrit dans un cercle que l'on précisera.

4/ Déterminer l'aire du triangle OBC. En déduire les valeurs de θ pour que l'aire du triangle OBC soit égale à 1.

Exercice N°4 (5pts)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(o.\vec{u}, \vec{v})$ on considère les point $A(-1)$ et $B(1 + i)$.

A tout point $M(z)$ distinct de A, on associe le point $M'(z')$ tel que $z' = \frac{-iz+i-1}{z+1}$

1/Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tel que $z' \in \mathbb{R}$.

2/a- Montrer que $OM'.AM = BM$

b- Déduire que si M décrit la médiatrice de [AB] alors M' décrit un cercle que l'on précisera.

3/a- Montrer que pour tout $M \neq A$, on a : $(\vec{u}, \overrightarrow{OM'}) \equiv -\frac{\pi}{2} + (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$ $[2\pi]$.

b- Déduire que si M décrit la droite (AB)\{A}, alors M' varie sur une droite que l'on précisera.

BON TRAVAIL