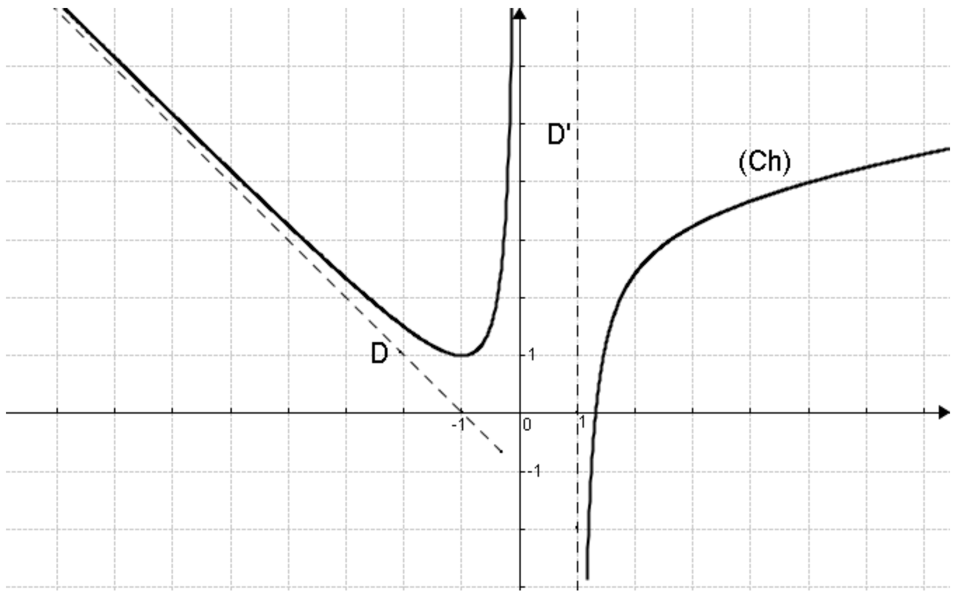
DEVOIR DE CONTROLE N^{0}1

Exercice N°1 (5points)



La courbe(Ch) ci-dessus est la courbe représentative d'une fonction h dans un repère orthonormée .On sait que (Ch) admet trois asymptotes (yy') , D et D' et une branche parabolique de direction (xx') au voisinage de $+\infty$

1)Répondre par **V**raie ou **f**aux

a. l'ensemble de définition de h est IR-$\{0,1\}$ b- $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \frac{h(x)}{x} = +\infty$

2)a- Déterminer en justifiant les limites suivantes

$\lim\limits_{x \mapsto -\infty} \frac{h(x)}{x}$, $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} h(x)+x$, $\lim\limits_{x \mapsto 0^-} h(\frac{1-\cos x}{x})$ et $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} h(\frac{1+x}{x})$

b-Déterminer l'image par h de chacun des intervalles $\left]-\infty,-1\right[$, $\left]1,+\infty\right[$ et $\left]-\infty,0\right[$

4) a. Montrer que l'équation : $h(x)+x=0$ admet une solution unique $\alpha \in \left]1,+\infty\right[$

b. Etudier la position relative de (Ch) et la droite d'équation : $y=-x$ sur $\left]1,+\infty\right[$

Exercice N°2 (6.5points)

(C) est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{4-\sqrt{x}\cos x}{x+1} & si\ x \geq 0. \\ f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}-2} & si\ x < 0. \end{cases}$$

1)a- Montrer que f est continue en 0

b- En déduire $\lim\limits_{x \mapsto 0} f(\frac{\sin x - x}{\sin x})$

c-Déterminer $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} f(x)$

DEVOIR DE CONTROLE N^{0}1 4èmesc2 Mr : Raouf

2)a- Montrer que $\forall\, x \geq 0$, $\frac{4-\sqrt{x}}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{4+\sqrt{x}}{x+1}$

b- En déduire $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$; interpréter graphiquement le résultat

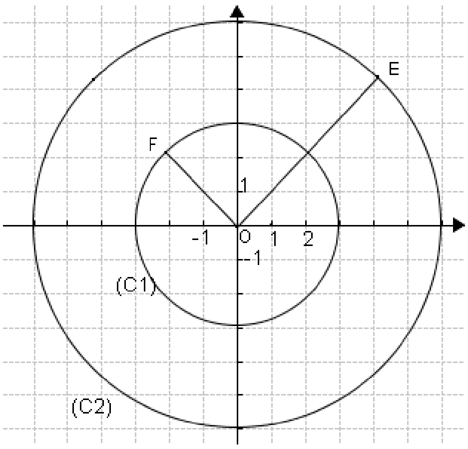
3) a-Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution α dans $]5\pi, 6\pi[$

b- Montrer que $tan\alpha = -\sqrt{\frac{\alpha}{16} - 1}$

4) Montrer que la fonction définie par $g(x) = f\left(\frac{1}{cosx}\right)$ si $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ est prolongeable par continuité en $\frac{\pi}{2}$

Exercice N°3

(5.5points)



Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O , $\vec{u}$, $\vec{v}$)

(C_1) et (C_2) deux cercles de centres O et O' et de rayons respectives 3 et 6

les points E ∈ (C_2) et F ∈ (C_1)

(Voir annexe – figure 1)

1)a- Donner le module et un argument de chacun des nombres complexes Z_E et Z_F

b- En déduire que $Z_E = 3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$ et que $Z_F = \frac{-3\sqrt{2}+3i\sqrt{2}}{2}$

c-Placer le point G d'affixe $Z_G = 3i\sqrt{2}$ (Annexe Fig 1)

2)a-Montrer que $\frac{Z_G - Z_F}{Z_E}$ est un réel

b-Ecrire sous forme algébrique $\frac{Z_F}{Z_E}$

c-En déduire la nature du quadrilatère OEGF et calculer son aire.

Exercice N°4

(3 points)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{u},\vec{v})$,On note A, B, les points d'affixes respectives $z_A = 2$ et $z_B = -2$

A tout point M(z) différente de A ,on associe le point M'(z') tel que $z' = \frac{2z-4}{\bar{z}-2}$; $z \neq 2$

1)a. Démontrer que $|z'| = 2$

b. En déduire une indication sur la position de M'

2) Soit M un point différente de A et B

a. Démontrer que $\frac{z'+2}{z-2}$ est réel

b. Interpréter géométriquement ce résultat

c. Donner alors une construction de M' connaissant le point M (annexe Fig 2)

ANNEXE (a rendre avec la copie)

Nom & Prénom…………………………………………………

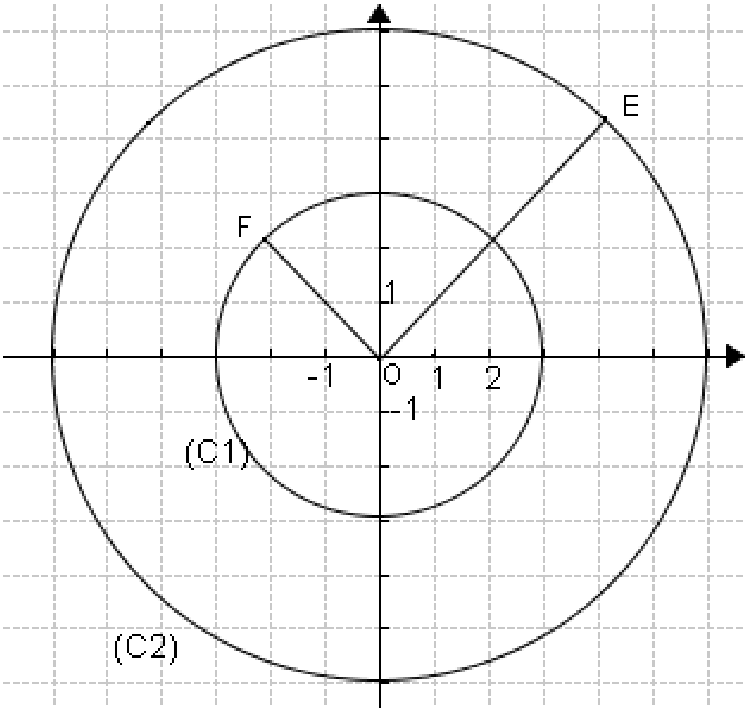


FIGURE 1

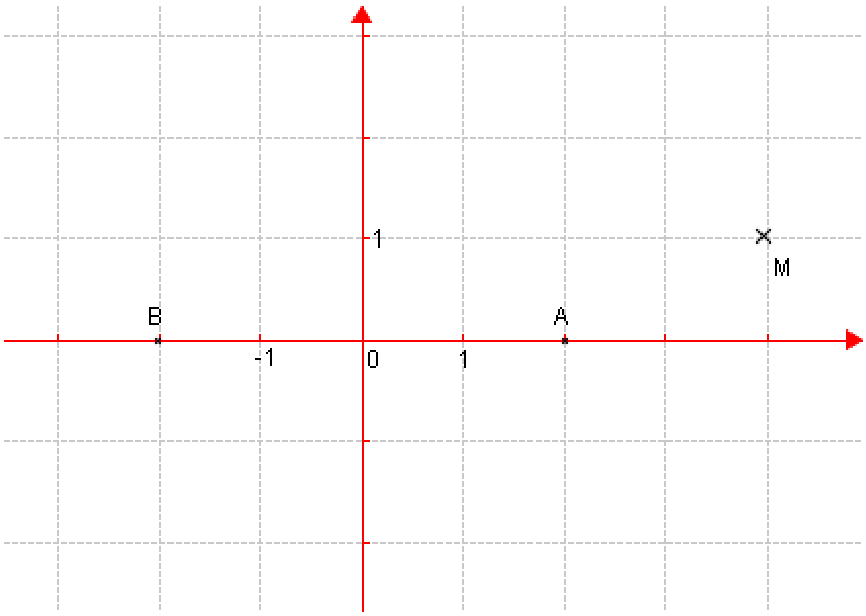


FIGURE 2