

Ministère de l'éducation
Direction régionale de l'éducation Monastir
Lycée Ibn Kholdoun Jemmel

Mai 2017
Section : Sc.exp

Bac Blanc

Proposé par : Mr Afli Ahmed

Mr Abroug Fethi

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 3

Les élèves doivent traiter les quatre exercices

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements

entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies

Exercice 1 :

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = e^{-x}$.

1.) a. Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = axe^{-x}$. Déterminer a pour que h soit solution de (E).

b. Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $y' + y = 0$.

c. Montrer qu'une fonction f est solution de (E), si et seulement si, $f - h$ est solution de (E_0) .

d. Résoudre alors l'équation (E).

2.) Soit g une solution de l'équation (E).

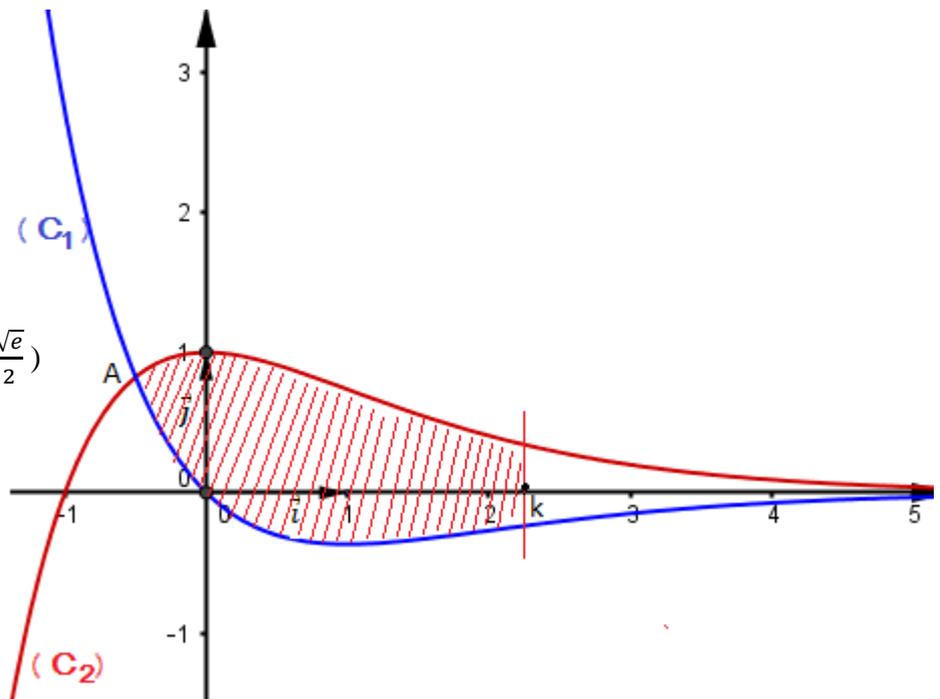
Parmi les deux représentations graphiques suivantes, une représente la fonction g et la deuxième représente sa fonction dérivée g' .

On note :

Chaque courbe admet :

- Au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direction (O, \vec{j}) .
- Au voisinage de $+\infty$, l'asymptote horizontale (O, \vec{i}) .
- (C_1) et (C_2) se coupent au point $A(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{e}}{2})$

Déterminer la courbe associée à fonction g et celle à g' , en expliquant la raison de votre choix.



3.) On admet que $g(x) = (x + 1)e^{-x}$.

Soit $k \geq 0$ et $A(k)$ l'aire de la partie du plan délimitée par les courbes (C_1) , (C_2) et la droite d'équation $x = k$.

Déterminer $A(k)$, puis montrer que $\lim_{k \rightarrow +\infty} A(k) = 2\sqrt{e}$.

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - 2 + 2e^{-x}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique 2cm)

1) a. Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = 1 - 2e^{-x}$

b. Dresser le tableau de variation de f

c. Montrer que la droite $\Delta: y = x - 2$ est une asymptote oblique au voisinage de $(+\infty)$

d. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α sur $[\ln 2; +\infty[$ et que $\alpha \in]1; 2[$
(On désigne par B le point de (C) d'abscisse α)

b. Dédurre que $e^{-\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{2}$

3.) Tracer Δ et (C) .

4.) On désigne par $A(\alpha)$ l'aire de la région du plan limitée par (C) et les droites d'équations $x = 0$, $x = \alpha$ et $y = 0$

Montrer que $A(\alpha) = 2(2\alpha - \alpha^2) \text{ cm}^2$.

5.) On désigne par $V(\alpha)$ le volume de révolution de solide engendré par la rotation de l'arc \widehat{OB} de la courbe (C) autour de l'axe des abscisses.

a. Soit $I(\alpha) = \int_0^\alpha (x-2)e^{-x} dx$

Montrer à l'aide d'une intégration par partie que $I(\alpha) = \frac{\alpha^2 - 3\alpha}{2}$

b. Calculer alors $V(\alpha)$.

Exercice 3 :

Partie 1 :

Un test de dépistage d'une maladie responsable à la disparition des lapins a fourni les renseignements suivantes :

- 70% des lapins sont malades.
- Si un lapin est malade, le test est positif dans 93% des cas.
- Si un lapin n'est pas malade, le test est positif dans 5% des cas.

On note : M : « le lapin est malade » et P : « le test est positif ».

1.) a. Donner l'arbre de probabilité qui modélise cette situation.

b. Déterminer la probabilité que le test est positif.

2.) Sachant que le test est positif, déterminer la probabilité qu'un lapin soit malade.

3.) On choisit au hasard 5 lapins. Déterminer la probabilité que 4 lapins ont un test négatif.

Partie 2 :

On suppose qu'un virus responsable à cette maladie a une durée de vie T exprimée en heures qui suit une loi exponentielle de paramètre λ .

La durée moyenne de vie d'un virus est donnée par $\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t \lambda x e^{-\lambda x} dx$.

1.) a. A l'aide d'une intégration par parties, Montrer que $\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t \lambda x e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda}$

b. Dans la suite, la durée moyenne de vie d'un virus étant de 100 heures.

Déterminer la probabilité que le virus persiste dans l'organisme du lapin plus que 4 jours.

c. Sachant que le virus a persisté plus que 4 jours, quelle est la probabilité qu'il persiste moins qu'une semaine.

2.) a. Déterminer, en heure, le temps t tel que $p(T \geq t) = p(T \leq t)$

b. Définir puis représenter la fonction de répartition de T.

Exercice 4 :

Le tableau suivant donne la population d'une ville nouvelle entre les années 1985 et 2015.

Année	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
Rang de l'année x	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers habitants y	18	21	25	30	36	42	50

- 1.) a. Calculer la moyenne \bar{X} et l'écart-type σ_X de la variable X.
 - b. Calculer la moyenne \bar{Y} et l'écart-type σ_Y de la variable Y.
 - c. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série double (X,Y).
- 2.) a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.

(Les coefficients seront arrondis au millième)

 - b. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2013, à un millier près.
- 3.) L'allure du nuage de la série double (X,Y) incite à chercher un ajustement par une fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ solution de l'équation différentielle $y' = 0,034y$ tels que $f(0) = 18$
 - a. Montrer $f(x) = 18e^{0,034x}$.
 - b. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2013, à un millier près.
 - c. La population en 2013 était de 55 milliers. Lequel des deux ajustements vous semble plus pertinent ?
Justifier votre choix
 - d. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur $[0 ; 30]$; on donnera le résultat arrondi au dixième.
 - e. Déterminer l'année au cours de laquelle la population atteint cette valeur moyenne.

Bon Travail et

Excellente Réussite au Baccalauréat

∴